

## PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number : 2001-067409

(43)Date of publication of application : 16.03.2001

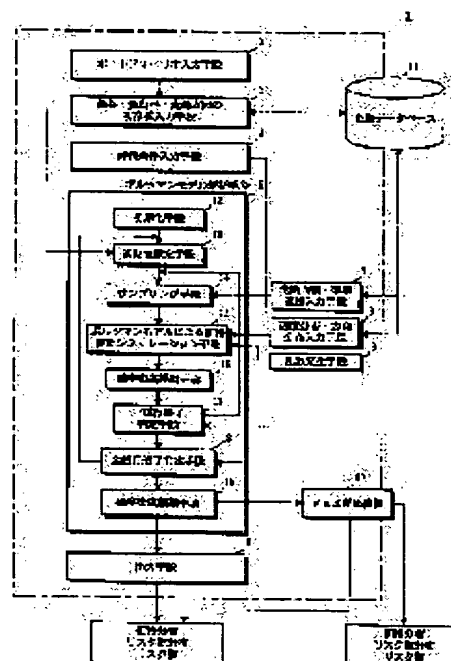
(51)Int.Cl. G06F 17/60  
G06F 17/00(21)Application number : 11-242152 (71)Applicant : TOSHIBA CORP  
(22)Date of filing : 27.08.1999 (72)Inventor : UENOHARA YUJI  
YOSHIOKA RITSUO

## (54) PRICE RISK EVALUATION SYSTEM FOR FINANCIAL COMMODITIES OR ITS DERIVATIVES, AND STORAGE MEDIUM

## (57)Abstract:

**PROBLEM TO BE SOLVED:** To provide a system which can correctly evaluate the price distribution or risk distribution of financial commodities or derivatives by introducing a probability density function which has higher precision than a normal distribution.

**SOLUTION:** This evaluation system is equipped with an initial value input means 3 which inputs initial values of price, price variation rate, and price varying direction, an evaluation condition input means 4, a Boltzmann model analyzing means 5 which inputs the initial values of price, price variation rate, and price varying direction of a financial commodity, etc., from the initial value input means 3, inputs the evaluation condition from the evaluation condition input means 4, and performs a price variation simulation by a Boltzmann model by a Monte Carlo method to find the risk distribution, a speed distribution and direction distribution input means 8 which inputs the probability distributions of price variation rates and price variation directions of financial articles to be evaluated to the analyzing means 5, a random number generating means 9, and an output means 6.



## LEGAL STATUS

[Date of request for examination] 02.11.2000

[Date of sending the examiner's decision of rejection]

[Kind of final disposal of application other than the examiner's decision of rejection or application converted registration]

[Date of final disposal for application]

[Patent number]

[Date of registration]

[Number of appeal against examiner's decision]

of rejection]

[Date of requesting appeal against examiner's  
decision of rejection]

[Date of extinction of right]

Copyright (C); 1998,2003 Japan Patent Office



## 【特許請求の範囲】

【請求項 1】金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を評価する金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムにおいて、評価対象である金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力する初期値入力手段と、少なくとも評価時間、試行回数を含む評価条件を入力する評価条件入力手段と、

前記初期値入力手段から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力し、前記評価条件入力手段から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返して金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析手段と、

評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の確率分布を前記ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布・方向分布入力手段と、ボルツマンモデルによる解析で使用する乱数を発生する乱数発生手段と、

前記ボルツマンモデル解析手段の解析手段を出力する出力手段と、を有することを特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 2】前記初期値入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得して前記ボルツマンモデル解析手段に入力し、

前記速度分布・方向分布入力手段は、前記企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを入力し、前記金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向、時間を変数とする確率密度関数を生成して前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする請求項 1 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 3】前記ボルツマンモデル解析手段に対して価格変動シミュレーション中のサンプリングの時間幅を設定するための情報を入力する全断面積・確率過程入力手段を有し、

前記全断面積・確率過程入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格変動頻度と価格変動率を取得し、価格変動頻度を価格変動率で除算したものをボルツマン方程式における全断面積に入力することを特徴とする請求項 1 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 4】前記速度分布・方向分布入力手段は、金融

商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動率の分布をシグモイド関数とその近似形を用いて推定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする請求項 1 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 5】前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから価格変動前の価格変動率をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布のシグモイド関数を決定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする請求項 1 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 6】前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動方向の確率分布を推定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする請求項 1 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 7】前記速度分布・方向分布入力手段が、前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動方向の確率分布を推定するときに、価格が増加する確率と減少する確率の間の相関を加味して価格変動方向の確率分布を推定することを特徴とする請求項 6 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 8】前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを入力し、前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動率の分布と価格変動方向の分布の相関を加味して確率分布を生成し、前記前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする請求項 1 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 9】前記速度分布・方向分布入力手段は、ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布あるいは方向分布の確率分布に関し、価格に依存しない均質確率分布、あるいは、価格に依存する非均質確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする請求項 1 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 10】前記ボルツマンモデル解析手段は、ボルツマン方程式における断面積が金融商品あるいはその派生商品の確率密度あるいはフラックスに依存しない線形

ボルツマンモデル、あるいは、前記断面積が金融商品あるいはその派生商品の確率密度あるいはフラックスに依存する非線形ボルツマンモデルを用いて金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めることを特徴とする請求項 1 記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 1 1】前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品の確率密度関数と単位時間あたりの価格変動率との積をボルツマン方程式におけるフラックスとして用いて金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めることを特徴とする請求項 1 記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 1 2】前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品のフラックスを用いて求めた飛跡推定量から任意の時間における確率密度を評価することにより、分散を軽減することを特徴とする請求項 1 記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 1 3】前記ボルツマンモデル解析手段は、放射線輸送モンテカルロシミュレーションにおける点検出器を適用し、金融商品あるいはその派生商品の価格変動事象の全部あるいは一部を用いて、金融商品あるいはその派生商品の任意の微小な価格帯あるいは時間帯における価格あるいはリスク値の確率を評価することにより、分散を軽減することを特徴とする請求項 1 記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 1 4】前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品の価格変動の随伴ボルツマン方程式における随伴確率密度あるいは随伴フラックスを求め、前記随伴確率密度あるいは随伴フラックスに比例したサンプリングの重み付けを行うことにより、分散を軽減することを特徴とする請求項 1 記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 1 5】前記速度分布・方向分布入力手段は、複数の金融商品あるいはその派生商品における任意の金融商品あるいはその派生商品の速度分布あるいは方向分布を推定するときに、金融商品あるいはその派生商品間の相関を加味して確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とする請求項 1 に記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 1 6】前記ボルツマンモデル解析手段は、所定の金融商品の価格分布あるいはリスク値分布を評価した後、伊藤の定理を適用してその金融商品の派生商品の価格分布あるいはリスク値分布を評価することを特徴とする請求項 1 記載の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 1 7】前記ボルツマンモデル解析手段は、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを行う手

段を複数有し、試行した各価格変動シミュレーションを集約して確率密度を評価することの特徴とする金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム。

【請求項 1 8】コンピュータを制御して、評価対象である金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力する初期値入力手段と、少なくとも評価時間、試行回数を含む評価条件を入力する評価条件入力手段と、

10 前記初期値入力手段から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力し、前記評価条件入力手段から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返して金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析手段と、

20 評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の確率分布を前記ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布・方向分布入力手段と、ボルツマンモデルによる解析で使用する乱数を発生する乱数発生手段と、

前記ボルツマンモデル解析手段の解析手段を出力する出力手段として処理を行わしめるプログラムを記憶した記憶媒体。

【発明の詳細な説明】

【0001】

30 【発明の属する技術分野】本発明は、金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を評価するシステムに係り、特に、ボルツマンモデルを導入して大きな価格変動が生じる確率を含めてより厳密に金融商品あるいはその派生商品の価格分布やリスク値分布を評価し、さらに、従来解析することができなかった金融商品やその派生商品の価格変動事象をボルツマンモデルに適用して解析するようにした金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムに関する。

【0002】

40 【従来の技術】金融商品あるいは派生商品の価格変動の実績データを解析し、その金融商品あるいは派生商品の価格分布あるいはリスク値分布を確率論的に求める技法は一般に金融工学と呼ばれている。

【0003】従来の金融工学では、株価の変動をモデル化する際にウィナー（Wiener）過程を用いるのが一般的であった。このウィナー過程というのは、将来の状態は過去の過程に依存しないということを前提とするマルコフ確率過程の一つであって、物理の世界で分子のブラウン運動を表すのに用いられるものである。

50 【0004】ウィナー過程は、時間を  $t$ 、ウィナー過程に従属する変数を  $z$  とすると、微小時間  $\Delta t$  と  $\Delta t$  間の

z の変化  $\Delta z$  の間に次式の関係が成立する特性を有している。

【数1】

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

【0005】 $\varepsilon$  は標準正規分布からの無作為抽出である。

【0006】このように、ウィナー過程では、標準正規分布に基づいて変数に生じる変化を評価している。

【0007】従来の金融商品あるいは派生商品のリスク\*10

$$dS = rSdt + \sigma S \sqrt{dt} W$$

ここで、S は株価、r は非危険利子率、 $\sigma^2$  はボラティリティ（予想変動率）、W は期待値が0で標準偏差が1の正規分布である。

【0010】上記伊藤過程の最も単純な例として、株価※

$$dx = (r - \sigma^2/2)dt + \sigma \sqrt{dt} W$$

ここで、x は価格 s の自然対数である。

式2に基づく x の確率密度関数  $P(x;t)$  は、次の式3のようになる。

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -(r - \sigma^2/2) \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$$

式2

式3

式3は *Fokker-Planck* 方程式であり、典型的な拡散問題である。式3の解は次の式4のようになり、x の確率密度関数  $P(x;t)$  は正規分布となる。

$$P(x;t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp \left[ -\frac{(x - (r - \sigma^2/2)t)^2}{2\sigma^2 t} \right]$$

式4

式4の特長は、簡便さばかりでなく、証券のような市場での価格変動の大きい金融商品から派生した金融派生商品の価格変動も同型となること（伊藤の定理）が知られているため、任意の金融派生商品の価格変動が容易に評価できる点にある。そのために、多くの金融派生商品が出現した。

【0011】

【発明が解決しようとする課題】しかし、上記従来の金融商品あるいはその派生商品のリスク評価方法、あるいはそのリスク評価方法を実行する評価システムは、十分信頼するに足る評価を行うことができなかった。

【0012】これは、従来の金融商品等のリスク評価方法では、上述したごとく、金融商品等の価格分布を正規分布に基づいて評価しているために、特に大きな価格変動が生じる確率が過小評価されていたためである。

\*評価は、上記ウィナー過程をさらに発展させた伊藤過程を用いるのが一般的である。

【0008】伊藤過程は、株価の変動はウィナー過程に従うという仮定に基づき、これにドリフトの項を加え、さらに、時間と変数のパラメータ関数を導入したものである。

【0009】伊藤過程による株価の価格変動の評価式は、式1のようになる。

【数2】

式1

※の幾何ブラウン運動モデルがある。幾何ブラウン運動モデルでは、式1は、次の式2となる。

【数3】

【0013】このような大きな価格変動は、その発生確率が低いとはいえ、投資リスクに対して通常の価格変動と比較できないほどの大きな影響を与えるので、実用上この大きな価格変動の確率を正しく評価できなければ、信頼できる金融商品等のリスク評価システムあるいは方法とは言えないのである。

【0014】そこで、本発明が解決しようとする課題の一つは、正規分布より精度の高い確率密度関数を導入し、金融商品あるいはその派生商品の価格分布やリスク分布を正しく評価できるシステムを開発することにある。

【0015】また、従来の金融商品等のリスク評価方法では、評価に用いる確率密度関数が価格に依存して変化するような非均質問題、あるいは、確率密度関数が非線形であるような非線形問題等に対しては、経験あるいは

ノウハウによる修正を加えて対処しなければならなかった。この点、客観的評価という面は不十分であった。

【0016】そこで、本発明が解決しようとする他の課題は、これら非均質、非線形問題にも理論的に評価することができる金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを提供することにある。

【0017】また、従来の金融商品等のリスク評価方法では、価格変動の変数の記述、定義、評価が自由度が十分ではなかった。

【0018】すなわち、従来は、金融商品等の価格変動の分布が標準正規分布以外の分布をとる場合、あるいは、価格変動率が変動前の価格変動率によって影響されるような場合、あるいは、価格が増加する確率と価格が減少する確率との間に相関関係が存在する場合、あるいは、価格変動率と価格変動方向との間に相関関係がある場合等については、十分に確率密度関数の変数において記述することができなかつた。また、金融商品等の変動方向について確率密度関数を記述できないことに関連して、金融商品の変動方向の確率分布を評価することができなかつた。

【0019】そこで、本発明が解決しようとするもう一つの他の課題は、新たに金融商品等の価格分布、リスク値分布を評価するための確率密度関数を導入し、その確率密度関数モデルにおいて上記従来十分に表現することができなかつた変数の定義、記述方法、評価方法を確立した金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを提供することにある。

【0020】また、従来の金融商品等のリスク評価方法は、それを実行する場合はモンテカルロ法等の数値分析法を使用するが、サンプリング方法の自由度が低く、分散低減を図ることができなかつた。

【0021】そこで、本発明が解決しようとするもう一つの他の課題は、新たに金融商品等の価格分布、リスク値分布を評価するための確率密度関数を導入し、その確率密度関数モデルにおいて、計算効率を向上させるサンプリング方法を確立することにより、高効率で計算可能な金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを提供することにある。

【0022】また、並列計算機への適用を考案し、これにより上記同様に高効率で計算可能な金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを提供しようとするものである。

【0023】

【課題を解決するための手段】本願請求項1に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、評価対象である金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力する初期値入力手段と、少なくとも評価時間、試行回数を含む評価条件を入力する評価条件入力手段と、前記初期値入力手段から評価対象の金融商品あ

るいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力し、前記評価条件入力手段から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返して金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析手段と、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の確率分布を前記ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布・方向分布入力手段と、ボルツマンモデルによる解析で使用する乱数を発生する乱数発生手段と、前記ボルツマンモデル解析手段の解析手段を出力する出力手段と、を有することを特徴とするものである。

【0024】本願請求項2に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記初期値入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得して前記ボルツマンモデル解析手段に入力し、前記速度分布・方向分布入力手段は、前記企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを入力し、前記金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向、時間を変数とする確率密度関数を生成して前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とするものである。

【0025】本願請求項3に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段に対して価格変動シミュレーション中のサンプリングの時間幅を設定するための情報を入力する全断面積・確率過程入力手段を有し、前記全断面積・確率過程入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格変動頻度と価格変動率を取得し、価格変動頻度を価格変動率で除算したものをボルツマン方程式における全断面積に入力することを特徴とするものである。

【0026】本願請求項4に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動率の分布をシグモイド関数とその近似形を用いて推定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とするものである。

【0027】本願請求項5に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシス

テムにおいて、前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから価格変動前の価格変動率をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布のシグモイド関数を決定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とするものである。

【0028】本願請求項6に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを取得し、前記実績データから前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動方向の確率分布を推定し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とするものである。

【0029】本願請求項7に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項6のシステムにおいて、前記速度分布・方向分布入力手段が、前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動方向の確率分布を推定するときに、価格が増加する確率と減少する確率の間の相関を加味して価格変動方向の確率分布を推定することを特徴とするものである。

【0030】本願請求項8に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記速度分布・方向分布入力手段は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納した企業データベースから、所定の金融商品あるいはその派生商品に関する実績データを入力し、前記金融商品あるいはその派生商品の価格変動率の分布と価格変動方向の分布の相関を加味して確率分布を生成し、前記前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とするものである。

【0031】本願請求項9に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記速度分布・方向分布入力手段は、ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布あるいは方向分布の確率分布に関し、価格に依存しない均質確率分布、あるいは、価格に依存する非均質確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とするものである。

【0032】本願請求項10に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、ボルツマン方程式における断面積が金融商品あるいはその派生商品の確率密度あるいはフラックスに依存しない線形ボルツマンモデル、あるいは、前記断面積が金融商品あるいはその派生商品の確率密度あるいはフラックスに依存する非線形ボルツマンモデルを用いて金融商品ある

いはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めることを特徴とするものである。

【0033】本願請求項11に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品の確率密度関数と単位時間あたりの価格変動率との積をボルツマン方程式におけるフラックスとして用いて金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めることを特徴とするものである。

【0034】本願請求項12に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品のフラックスを用いて求めた飛跡推定量から任意の時間における確率密度を評価することにより、分散を軽減することを特徴とするものである。

【0035】本願請求項13に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、放射線輸送モンテカルロシミュレーションにおける点検出器を適用し、金融商品あるいはその派生商品の価格変動事象の全部あるいは一部を用いて、金融商品あるいはその派生商品の任意の微小な価格帯あるいは時間帯における価格あるいはリスク値の確率を評価することにより、分散を軽減することを特徴とするものである。

【0036】本願請求項14に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品の価格変動の随伴ボルツマン方程式における随伴確率密度あるいは随伴フラックスを求め、前記随伴確率密度あるいは随伴フラックスに比例したサンプリングの重み付けを行うことにより、分散を軽減することを特徴とするものである。

【0037】本願請求項15に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記速度分布・方向分布入力手段は、複数の金融商品あるいはその派生商品における任意の金融商品あるいはその派生商品の速度分布あるいは方向分布を推定するときに、金融商品あるいはその派生商品間の相関を加味して確率分布を生成し、前記ボルツマンモデル解析手段に入力することを特徴とするものである。

【0038】本願請求項16に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、所定の金融商品の価格分布あるいはリスク値分布を評価した後に、伊藤の定理を適用してその金融商品の派生商品の価格分布あるいはリスク値分布を評価することを特徴とするものである。

【0039】本願請求項17に係る金融商品あるいはその



の派生商品の価格リスク評価システムは、前記ボルツマンモデル解析手段は、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを行う手段を複数有し、試行した各価格変動シミュレーションを集約して確率密度を評価することを特徴とするものである。

【0040】本願請求項18に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価のプログラムを記憶した記憶媒体は、コンピュータを制御して、評価対象である金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力する初期値入力手段と、少なくとも評価時間、試行回数を含む評価条件を入力する評価条件入力手段と、前記初期値入力手段から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値を入力し、前記評価条件入力手段から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品について、モンテカルロ法によりボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返し金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求めるボルツマンモデル解析手段と、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の確率分布を前記ボルツマンモデル解析手段に入力する速度分布・方向分布入力手段と、ボルツマンモデルによる解析で使用する乱数を発生する乱数発生手段と、前記ボルツマンモデル解析手段の解析手段を出力する出力手段として処理を行わしめるプログラムを記憶したものである。

#### 【0041】

【発明の実施の形態】次に、本発明による「金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム」の実施形態について願書に添付した図面を用いて以下に説明する。

【0042】図1に本発明による金融商品等の価格リスク評価システムの一実施形態の構成と各構成要素間の処理の流れを示す。

【0043】本実施形態の金融商品等の価格リスク評価システム1は、ポートフォリオ入力手段2と、価格・変動率・変動方向の初期値入力手段3と、評価条件入力手段4と、ボルツマンモデル解析手段5と、出力手段6と、全断面積・確率過程入力手段7と、速度分布・方向分布入力手段8と、乱数発生手段9と、VaR評価装置10と、企業データベース11とを有している。

【0044】ボルツマンモデル解析手段5はさらに、初期化手段12と、初期値設定手段13と、サンプリング手段14と、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーション手段15と、確率密度算出手段16と、一試行終了判定手段17と、全試行終了判定手段18と、確率密度編集手段19とを有している。

【0045】図1中の一点鎖線は、本実施形態のシステムに含まれる範囲を示している。企業データベース11

とVaR評価装置10が本システムの範囲を示す線をまたがっているのは、本システムの外部の装置としてデータ通信により接続することができることを示している。

【0046】なお、一点鎖線で囲まれた範囲は、物理的な意味で一つのコンピュータに含まれることを意味するものではない。例えば、本発明のシステムをクライアントサーバシステムのようにして分散処理をする場合には、上記各手段を適宜分散処理システムの処理要素に分散化することができる。

【0047】ポートフォリオ入力手段2は、ポートフォリオを入力し、評価対象となる金融商品あるいは派生商品を出力する手段である。

【0048】通常の資産運用は、運用すべき資産を複数の金融商品あるいはその派生商品に配分し、リスクを低減するとともに、全体としてもっとも有利な資産運用ができるようにしている。この複数の金融商品あるいはその派生商品の組み合わせをポートフォリオという。ポートフォリオ入力手段2は、所定のポートフォリオを入力することにより、該当するポートフォリオから、評価対象の金融商品あるいは派生商品を切り出して出力する手段である。

【0049】好ましくは、ポートフォリオ入力手段2は、内部にポートフォリオのテーブルあるいはデータベースを有し、ユーザーが所定のポートフォリオの識別コードを入力することにより、そのポートフォリオの構成を示し、評価しようとする金融商品や派生商品を選択することができるようにする。

【0050】ポートフォリオ入力手段2は、本発明の必須の構成要素ではなく、評価すべき金融商品あるいは派生商品の評価用のデータが既知の場合には省くことができる。

【0051】初期値入力手段3は、評価対象の金融商品あるいは派生商品の価格または価格変動率または価格変動方向のうちの少なくとも一つの初期値をボルツマンモデル解析手段5に入力する手段である。

【0052】評価対象の金融商品や派生商品の価格・変動率・変動方向の初期値は、その金融商品や派生商品の実績データから得られる。好ましくは初期値入力手段3は、ポートフォリオ入力手段2から評価対象の金融商品あるいは派生商品を入力し、当該金融商品あるいは派生商品に関する情報を企業データベース11から検索し、検索したその金融商品や派生商品の実績データから、当該金融商品あるいは派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を取得してボルツマンモデル解析手段5に出力するように構成される。

【0053】この初期値入力手段3は、金融商品等の価格リスク評価システム1に必須の構成要素である。

【0054】評価条件入力手段4は、ボルツマンモデル解析手段5の評価条件を入力する手段である。ボルツマンモデル解析手段5の評価条件とは、ボルツマンモデル

解析手段 5 による試行回数、評価する時間帯、評価する価格帯などの解析のための条件である。評価条件入力手段 4 により、有意な解析を行うことができる評価条件をボルツマンモデル解析手段 5 に設定することができる。

【0055】有意な解析を行えるようにするという意味で、評価条件入力手段 4 も、金融商品等の価格リスク評価システム 1 の必須構成要素である。

【0056】ボルツマンモデル解析手段 5 は、金融商品等の価格リスク評価システム 1 の中心的な構成要素である。

【0057】ボルツマンモデル解析手段 5 は、初期値入力手段 3 から評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を入力し、評価条件入力手段 4 から評価条件を入力し、評価対象の金融商品あるいはその派生商品についてモンテカルロ法により、ボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを評価条件の範囲内で繰り返し、その金融商品あるいはその派生商品の価格分布あるいはリスク分布を求める手段である。

【0058】モンテカルロ法は、ボルツマン方程式の厳密解を求める数値解析法である。

【0059】ボルツマンモデル解析手段 5 の初期化手段 1 2 は、評価を開始するにあたり、評価対象の金融商品や派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向を初期化する手段である。

【0060】ボルツマンモデル解析手段 5 の初期値設定手段 1 3 は、上記初期値入力手段 3 の出力に基づいて評価対象の金融商品や派生商品の価格、価格変動率、価格変動方向の初期値を設定する手段である。

【0061】ボルツマンモデル解析手段 5 のサンプリング手段 1 4 は、価格変動シミュレーションのサンプリング幅を決定する手段である。本発明では、サンプリング手段 1 4 は、全断面積・確率過程入力手段 7 の入力によって、価格変動の単位時間の変動確率を設定できる。このため、従来難しいとされていた価格変動シミュレーションのための時間グリッドの設定を省くことができる。このことについては、さらに後述する。

【0062】ボルツマンモデル解析手段 5 の価格変動シミュレーション手段 1 5 は、モンテカルロ法によって直前の価格から、速度分布と方向分布の確率分布に基づいて次の価格をシミュレーションする手段である。

【0063】価格変動シミュレーション手段 1 5 は、ボルツマンモデルによって価格変動をシミュレーションするために、速度分布・方向分布入力手段 8 からボルツマン方程式における変数の速度分布あるいは方向分布に相当する金融商品等の価格変動率、価格変動方向を入力する。

【0064】価格変動シミュレーション手段 1 5 は、モンテカルロ法によってボルツマン方程式の解を求めるために、乱数発生手段 9 が発生した乱数を入力する。

【0065】ボルツマンモデル解析手段 5 の確率密度算出手段 1 6 は、上記価格変動シミュレーション手段 1 5 によってシミュレーションされた価格分布を積分して確率密度を算出する手段である。

【0066】ボルツマンモデル解析手段 5 の一試行終了判定手段 1 7 は、一試行が終了したか否かを判断する手段である。

【0067】ここで、「一試行」とは、評価開始時間から評価終了時間までの一回の価格変動シミュレーションである。一試行終了判定手段 1 7 は、現在計算されている時点と評価時間帯とを比較することにより、一試行が終了したか否かを判断することができる。一試行の終了の条件は、評価条件入力手段 4 から入力される。

【0068】一試行が終了していない場合は、一試行終了判定手段 1 7 から処理を再びサンプリング手段 1 4 に戻し、直前の価格と速度分布・方向分布とから次の価格および確率密度を計算する。

【0069】ボルツマンモデル解析手段 5 の全試行終了判定手段 1 8 は、評価条件入力手段 4 によって設定された全試行回数に到達したか否かを判断する手段である。

【0070】全試行回数は初期値入力手段 3 によって全試行終了判定手段 1 8 に入力される。

【0071】ボルツマンモデル解析手段 5 の確率密度編集手段 1 9 は、全試行の確率密度を集約し、評価対象の金融商品あるいは派生商品の価格変動の確率密度を編集し、あるいは、後述するようにボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションを行う手段を複数有する場合には、各価格変動シミュレーション手段が試行した価格変動の確率密度を編集する手段である。

【0072】以上がボルツマンモデル解析手段 5 の内部の構成要素であるが、ボルツマンモデル解析手段 5 の具体的な処理については後述する。

【0073】出力手段 6 は、本システムの処理結果を出力する手段である。すなわち、出力手段 6 は本システムによって求められた所定の金融商品等の価格分布、リスク値分布、リスクの指標として統合されたリスク値を出力する。

【0074】なお、出力手段 6 は、処理結果を何らかの形で出力する限り、任意の公知の出力手段の形をとり得る。例えば、紙に出力するプリンタ、画像として出力するモニタ、外部のデータファイルに出力する通信手段等は、すべて出力手段 6 に含まれる。

【0075】また、出力手段 6 は、ボルツマンモデル解析手段 5 の処理の途中結果、例えば、ある試行による価格変動シミュレーション、その確率密度の分布等を出力することができる。また、物理的には複数の出力手段を有する場合を含む。

【0076】全断面積・確率過程入力手段 7 は、上記ボルツマンモデル解析手段 5 のサンプリング手段 1 4 に関連して説明したように、サンプリング手段 1 4 に単位時

間における変動確率（変動頻度）を与えることにより、サンプリングのための時間幅を設定する手段である。

【0077】この全断面積・確率過程入力手段7は、企業データベース11から、評価対象の金融商品あるいはその派生商品の価格変動頻度と価格変動率を取得し、価格変動頻度を価格変動率で除算したものをボルツマン方程式における全断面積として入力する。

【0078】なお、ボルツマン方程式における全断面積が金融商品あるいは派生商品の価格変動頻度に相当することについては後述する。

【0079】また、全断面積・確率過程入力手段7は、価格変動頻度を設定する代わりに従来通りサンプリングの時間グリッドを設定する場合には、省略することができる。

【0080】速度分布・方向分布入力手段8は、前記価格変動シミュレーション手段15に関連して説明したように、価格変動率あるいは価格変動方向の分布を価格変動シミュレーション手段15に入力する手段である。

【0081】速度分布・方向分布入力手段8は、企業データベース11から評価対象の金融商品等の実績データを入力し、その実績データから価格変動率あるいは価格変動方向を価格変動シミュレーション手段15に入力する。

【0082】また、速度分布・方向分布入力手段8は、それ自体に数値解析機能を有し、金融商品等の実績データから価格変動率の分布をシグモイド関数およびその近似形を用いて推定し、あるいは、価格変動前の価格変動率をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布のシグモイド関数を決定し、あるいは、価格が増加する確率と減少する確率の相関を加味して価格変動方向の分布を推定し、あるいは、価格変動率と価格変動方向の相関を加味して価格変動率あるいは価格変動方向の分布を推定し、あるいは、価格変動率あるいは価格変動方向の分布が価格に依存する場合には、価格に対応した確率分布を生成する。

【0083】乱数発生手段9は、前記ボルツマンモデル解析手段5がモンテカルロ法によって価格変動をシミュレーションするための乱数を発生する手段である。乱数発生手段9が発生した乱数は前述した通り、価格変動シミュレーション手段15に入力される。乱数の使用方法はさらに後述する。

【0084】速度分布・方向分布入力手段8と乱数発生手段9は、ボルツマンモデルによる解析を行う限り必須の構成要素である。

【0085】VaR評価装置10は、所定の金融商品あるいは派生商品の価格分布からリスク値あるいはリスク値分布を算出する装置である。

【0086】従来から、金融商品あるいは派生商品の価格分布からその金融商品あるいは派生商品のリスク値あるいはリスク値分布を算出する装置は存在している。V

aR評価装置10は、既存のVaR評価装置をそのまま適用することができる。

【0087】つまり、本願発明のボルツマンモデルによって計算された確率密度を既存の価格リスク評価システムのVaR評価装置10にそのまま出力し、その既存のVaR評価装置10から価格分布、リスク値分布、指標として統合されたリスク値を出力することができるのである。

【0088】VaR評価装置10は任意の既存の装置を使用できる意味で、VaR評価装置10は本発明の必須要素ではない。

【0089】企業データベース11は、金融商品あるいは派生商品に関する情報を格納したデータベースである。

【0090】この明細書で「データベース」というときは、データベース内に体系的に管理されたデータと、データを検索する手段と、それらを記憶管理するハードウェアを含めていうものとする。

【0091】企業データベース11は、本発明を実行するためには必須の要素であるが、これは既存の外部のデータベースを使用することもできる。企業データベース11が既存の外部のデータベースである場合には、本発明の他の構成要素を備えていることを条件として、そのようなデータベースを使用するシステムは本発明に含まれる。

【0092】以上が本発明の一実施形態である金融商品等の価格リスク評価システム1の構成手段である。なお、上記構成手段のうちデータ処理を行う手段は、好ましくはコンピュータのCPUが所定のプログラムを起動しその制御によってそれぞれの処理を行うものである。したがって、異なる処理手段が物理的には同一のハードウェアであることがある。また、上記構成手段のうち入力手段は、通常のキーボードやポインティングデバイスである場合がある他、データ通信によって他のデータファイルから入力する場合にはそのデータ通信手段を指すものとする。

【0093】次に、本発明が金融商品等のリスク分析のために導入するボルツマンモデルが金融商品等の価格変動の確率分布を自由度が高く、かつ、正しく評価することができることの理論的な背景について以下に説明する。

【0094】本発明は、ボルツマン方程式のパラメータである金融商品や金融派生商品の初期価格、価格変動率分布、価格変動方向分布と予測対象時間を入力し、モンテカルロ法でボルツマン方程式を解き、予測したい時間の価格とリスク値の分布を出力するものである。

【0095】最初に、金融商品や金融派生商品は価格の時間推移をボルツマン方程式で記述する。本発明は、ボルツマン方程式の中でも、既存産業の中の原子炉設計に実績のある中性子輸送ボルツマン方程式を適用する。

【0096】中性子の巨視的な挙動を説明する方程式が、中性子輸送ボルツマン方程式である。ボルツマン方程式に基づいて現象を説明するモデルをボルツマンモデルと呼ぶ。  
【0097】  
【数4】

中性子に関して、ボルツマンモデルでは、中性子の位置を、 $r, v, \Omega$ 、および、 $t$ である7次元のベクトルによって特徴づける。ここで、 $r=(x, y, z)$ は、通常の位置の空間の位置を意味する。そして、 $v, \Omega=(v, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ は速度空間の位置で、 $t$ は時間である。この7次元のベクトルから構成されている集合を、位相空間と呼ぶ。

中性子輸送ボルツマン方程式の一般形は、

$$\frac{\partial \phi(r, v, \Omega; t)}{\partial t} = \Omega \cdot \nabla \phi(r, v, \Omega; t) + \Sigma_i(r, v) \phi(r, v, \Omega; t) - \int dv' d\Omega' \Sigma_s(r, v', \Omega' \rightarrow v, \Omega) \phi(r, v', \Omega'; t) - S(r, v, \Omega; t),$$

式 5

ここで、重要な量は、 $\Sigma_i(r, v)$ と $\Sigma_s(r, v', \Omega' \rightarrow v, \Omega)$ で、それぞれ巨視的全断面

積、二重微分断面積と呼称されている。これらは、単位長さあたりの中性子衝突確率を意味する。

【0098】巨視的全断面積は、原子数密度(単位は、 $1/\text{cm}^3$ である)と微視的全断面積の積である。微視的全断面積は、原子炉を構成する核種(例えばウラン、酸素、水素など)によって、決定される。微視的全断面積は、原子核の有効面積(単位は、 $\text{cm}^2$ )である。そして、原子核1個と中性子1個の衝突確率を与える。断面積という呼称は、原子核の面積に由来する。

【0099】金融には原子数密度と同じような概念は発見されていないので、巨視的全断面積と微視的全断面積を区別できない。そこで、中性子輸送ボルツマン方程式を金

融に適用した場合は、巨視的全断面積と微視的全断面積を統合し、すべて、断面積と呼ぶ。なお、物理的な世界では、二重微分断面積は、原子核の反応から放出される中性子の速度、および、角度分布に相当する。

【0100】決定論的な方法で任意のボルツマン方程式を正確に解くことは、不可能である。なぜなら、断面積は位相空間で複雑に変化するからである。これに対してモンテカルロ法は、近似なしでボルツマン方程式を解くことができることが知られている。

【0101】

【数5】

ここで、問題を解決する手段をわかりやすく説明するために、式5を単純化し、一次元、均質、内部中性子源の無い問題を議論する。中性子輸送理論では、一次元とはyとz方向では一様分布を仮定するので中性子では一次元でも方向 $\Omega$ は、3次元のベクトルである。金融の世界で一次元、均質、内部中性子源の無い問題を論じるために、ここでは、単一の株価のブラウン運動について述べる。したがって、方向は上昇、下落を示す $\mu$ のみであり他の方向は未定義である。式5は下記の式6のように表わされる。

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{v \partial t} = & \mu \frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_t(v) \phi(x, v, \mu; t) \\ & - \int dv' d\mu' \Sigma_s(v', \mu' \rightarrow v, \mu) \phi(x, v', \mu'; t). \end{aligned}$$

式6

もし代表的速度 $u$ へ式6の速度 $v$ を統合することができ、そして、角度分布が等方ならば、式6は式7で近似できる。

$$\frac{\partial \phi(x; t)}{v \partial t} = D \frac{\partial^2 \phi(x; t)}{\partial x^2}$$

式7

このとき、拡散係数 $D$ は、式8となる。

$$D = 1 / (f \Sigma_t(u)),$$

式8

ここで、 $f$ は、系の自由度である。この一次元、均質、内部中性子源の無い問題では、 $f$ は理想的には1である。それが、他の方向が未定義であることを意味している。

【0102】フラックス表現は、中性子輸送問題にとって非常に便利である。フラックス表現は、モンテカルロシミュレーションに多くの利点を与える。中性子輸送モンテカルロシミュレーションは、豊やかかつ強力な分散低減技術で特徴づけられる。これらの技術は、フラックス表現で導入できるものである。しかし、金融モンテカル

40 ロをフラックス表現で説明するには、多くの混乱を引き起こす可能性があるので、一時、従来の密度表現に戻る。

【0103】

【数6】

中性子の密度関数  $p(x, v, \mu; t)$  は、ボルツマン方程式の解によって与えられる

$$\begin{aligned}
 - \frac{\partial p(x, v, \mu; t)}{\partial t} = & v\mu \frac{\partial p(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_s(v) v p(x, v, \mu; t) \\
 & - \int dv' d\mu' \Sigma_s(v', \mu' \rightarrow v, \mu) v' p(x, v', \mu'; t).
 \end{aligned}$$

式 9

中性子拡散方程式である式 7 も式 10 で書き直される。

$$\frac{\partial P(x; t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P(x; t)}{\partial x^2}$$

式 10

密度関数  $P(x; t)$  は、速度  $v$  と角度  $\mu$  での  $p(x, v, \mu; t)$  の積分である。密度表現での拡散係数は式 11 となる。

【0104】

【数 7】

$$D = u^2 / f\lambda_t$$

式 11

ここで $\lambda_t$ は、中性子と媒質との衝突頻度である。

$$\lambda_t = \Sigma_t(u)u.$$

式 12

もし、拡散係数  $D'$  の概念とボラティリティの概念が同じものであれば、式 11 も成立し、ボラティリティ $\sigma^2$ は式 13 となる。

$$\sigma^2 = 2u^2 / \lambda_t$$

式 13

式.12 と 13 は、中性子速度と全断面積がボラティリティと等価であることを示す。典型的なボラティリティ $\sigma^2$ は、0.1 の[1/year]の値を取る。もし価格が 1 日に一度変更されれば、衝突頻度 $\lambda_t$ は、365 の[1/year]になる。 $u$ は、0.0117[1/day](これは、1 日あたりの株価の変動率の平均にほぼ等しい)と評価される。

全断面積の評価例は、式 14 で示される。

$$\begin{aligned}\Sigma_t(u) &= 2u/\sigma^2. \\ &= 2 \times 0.0117[1/day] \times 365[days/year]/0.1[1/year] \\ &= 85.4.\end{aligned}$$

式 14

全断面積(式.14)は、ボラティリティに反比例すること \* である。  
 がわかる。ここで、金融工学のボラティリティとボルツ 【0105】  
 マンモデルの全断面積との等価性を得ることができる\* 【数8】

中性子輸送ボルツマン方程式の変数である中性子の位置  $x$ 、速さ  $v$ 、角度  $\mu$ 、時間  $t$  と、金融商品またはその派生商品の価格  $x$ 、金融商品またはその派生商品の単位時間当たりの価格変動率  $v$ 、金融商品またはその派生商品の価格の変動方向  $\mu$ 、金融商品またはその派生商品が推移する時間  $t$  に対応をとることによって、ボルツマンモデルに基づく金融商品またはその派生商品の価格あるいはリスクを評価する方法を提供できる。

【0106】金融工学において中性子の二重微分断面積と等価の概念は、未だ定義されていない。しかし、ボルツマンモデルを適用するためには、二重微分断面積を定義しなければならない。ここでは、株価の二重微分断面

積を評価するために、中性子断面積評価方法を直接適用する。

【0107】断面積は、原子核物理学の実験データ、および、理論的な計算から評価できる。現在、株価の断面

積を評価する理論はないので、実験データから二重微分断面積の評価を行う。実験データとは新聞紙上で毎日公開される株価である。

【0108】これらの評価法として、単位時間当たりの価格変動率 $V$ の分布は、価格の実績データからシグモイド関数とその近似形を用いて推定する。

【0109】また、ボルツマンモデルにおいてはボルツマン方程式の二重微分断面積の速度分布項を決定しなければならないが、変動前の価格変動率 $v'$ をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布 $v$ のシグモイド関数を決定することで、ボルツマン方程式の二重微分断面積の速度分布項を決定できる。

【0110】また、ボルツマン方程式を解くにあたって、金融商品またはその派生商品の変動方向の確率を金融商品またはその派生商品の価格の実績データからボルツマン方程式の二重微分断面積の方向分布項を決定できる。

【0111】また、金融商品等の価格変動方向に価格が増加する確率と減少する確率の間に相関関係がある場合には、ボルツマン方程式の二重微分断面積の方向分布項を決定する際に、価格が増加する確率と減少する確率の間に相関を考慮することで確率ドラフトを詳細に評価できる。

【0112】また、金融商品等の価格分布が期待値を中心にして対称な分布と、非対称な分布をとる場合、対称な分布は、二重微分断面積の速度分布項と方向分布項を変数分離することで実現でき、非対称な分布は、価格変動率の分布と変動方向の確率間の相関を考慮したもので実現できる。

【0113】また、ボルツマンモデルによれば、ボルツマン方程式の基本パラメータである断面積が価格に依存しない場合（均質問題）と価格に依存する場合（非均質問題）の両者に適用できる。

【0114】すなわち、金融商品等の価格 $x$ に関係なく価格変動率や価格変動方向の分布が一定とすることにより均質問題を取り扱うことができ、反対に、金融商品等の価格 $x$ に対応して価格変動率や価格変動方向の分布が変化するとすることにより非均質問題を取り扱うことができるのである。

【0115】これにより、従来はボラティリティが価格に依存する一般性のあるモデルの実現は困難であるのに対し、ボルツマンモデルでは、ボルツマン方程式を均質問題と非均質問題に適用することにより、ボラティリティが価格に依存しない場合と、価格に依存する場合の両者を統一的に記述できる。

【0116】また、ボルツマンモデルによれば、ボルツマン方程式を線形問題あるいは非線形問題に適用することにより、断面積が金融商品等の確率密度あるいはフラックスに依存しない線形問題、あるいは、依存する線形問題の双方を取り扱うことができる。

【0117】したがって、従来はボラティリティが価格分布に依存するモデルの実現が困難であったが、本発明によれば、ボルツマン方程式を線形問題あるいは非線形問題に適用することにより、ボラティリティが価格分布に依存しない場合と、価格分布に依存する場合の両者を統一的に記述できる。

【0118】また、本発明によれば、金融商品またはその派生商品の確率密度関数と単位時間当たりの価格変動率との積（フラックス）を導入することで、計算効率向上に効果的な分散低減法を採用できる。

【0119】フラックスの概念を導入することにより、任意の時間における金融商品等の価格変動を模擬することができる。すなわち、中性子拡散方程式における飛跡推定量と同様に、金融商品またはその派生商品のフラックスを基にこれらの飛跡長から価格の確率を評価する飛跡長推定量により、モンテカルロ法によるボルツマンモデル解析の分散低減をはかることができる。

【0120】また、フラックスの概念を導入し、中性子拡散評価における点検出器の概念を金融商品あるいは派生商品の価格変動の評価に導入することにより、モンテカルロ法によるボルツマンモデル解析の分散低減を図ることができる。

【0121】すなわち、金融商品またはその派生商品の価格変動の全事象または一部の事象を用いて、ランダムサンプリング中に価格変動の事象が起こり得ず、また、フラックスとして通過することもできない程の微少な時間帯と価格帯における確率を評価することにより、モンテカルロ法によるボルツマンモデル解析の分散低減をはかることができる。

【0122】また、フラックスの概念を導入し、随伴ボルツマン方程式から金融商品またはその派生商品の価格変動の随伴確率密度および随伴フラックスを求め、随伴確率密度および随伴フラックスに比例したサンプリングの重みをつけることにより、モンテカルロ法によるボルツマンモデル解析の分散低減をはかることができる。

【0123】また、ボルツマンモデルによれば、複数の金融商品またはその派生商品間の相関を考慮してボルツマンモデルを記述することができる。

【0124】これにより、複数の金融商品を組み合わせた金融派生商品であるポートフォリオを評価する際に、複数の金融商品またはその派生商品間の相関を考慮することが可能であり、これによって、従来の評価システムとの接続が可能となる。

【0125】また、金融工学の分野では、金融商品が前述の伊藤過程に従えばその派生商品も伊藤過程に従うという伊藤の定理が知られている。この伊藤の定理は、ボルツマンモデルにも適用できる。したがって、ボルツマンモデルにおいて、金融派生商品の価格あるいはリスクを評価する際に、派生もとの金融商品の価格分布を伊藤の定理に基づいて伝播させることができる。これによ



り、これまでに開発された価格およびリスク評価システムに反映することができ、その結果、従来の評価システムとの接続が可能となる。

【0126】最後に、本発明のボルツマンモデルは、価格変動シミュレーションを行って個々のシミュレーションによる確率分布を積み重ねて価格分布、リスク値分布を求めるものである。前記価格変動シミュレーション手段15と確率密度算出手段16による金融商品等の価格変動シミュレーションを並列処理することにより、計算速度の向上を図ることができる。

【0127】以上が、金融商品等のリスク分析のためにボルツマンモデルを導入できる理論的な背景であった \*

処理Bは、ボルツマン方程式の初期値を与える処理である。ボルツマン方程式を解くことは、ソース項を有するボルツマン方程式のグリーン関数を求めることである。グリーン関数はいわば位相空間の一点にある仮想的な粒子（ソース）が体系中に広がっていく分布を表すものである。処理Bで価格  $x$ 、価格変動率  $v$ 、価格変動方向  $\mu$  の初期値  $x_0$ 、 $v_0$ 、 $\mu_0$  を定めることによりボルツマン方程式のソース項が与えられる。この処理Bは初期値設定手段13によって行われる。

【0132】処理Cは、サンプリング方法を設定する処理である。ここでは、1日に1回の価格変動があると仮定した場合を示している。なお、全断面積により、価格変動頻度に応じたサンプリングをする場合については後述する。

【0133】この処理Cは、サンプリング手段14によ※

図中  $\xi_{i,2} = \int_0^{v_i+1} dv v \exp[-v/T]$  の  $v \exp[-v/T]$  は微分断面積の速度項の経

験式である。すなわち、ボルツマン方程式に速度分布を与え、乱数を発生させてその乱数が表す確率を満たす  $v_{i+1}$  を求めることにより、価格変動を模擬しているのである。

なお、図2の例では、価格変動方向については、単純に乱数の値から価格が増加する方向  $\mu_{i+1}=1$ 、あるいは、価格が減少する方向  $\mu_{i+1}=-1$  を模擬している。

上記処理Dは、価格変動シミュレーション手段15によって行われる。

処理Eは、グリーン関数の積分を行っている。これにより、確率密度  $P_m$  が計算される。

【0136】上記処理Eは、確率密度算出手段16によって行われる。

【0137】処理Fは、一試行が終了したか否かを判定している。処理Fは、一試行終了判定手段17によって行われる。一試行が終了していない場合には、処理をCに戻す。

【0138】処理G、Hは、全試行が終了しているか否 50

\*が、次に、ボルツマンモデルによる金融商品等の価格分布、リスク値分布について解析例を交えて具体的に説明する。

【0128】図2に、本発明のボルツマンモデル解析手段5における処理の流れを示す。

【0129】図2に示すように、ボルツマンモデル解析手段5では、処理A～Iの処理を行う。

【0130】処理Aは、ボルツマン方程式を初期化する処理である。この処理Aは、初期化手段12により行われる。

【0131】

【数9】

※って行われる。

【0134】処理Dは、モンテカルロ法によって価格変動を模擬する部分である。

【0135】

【数10】

かを判定し、全試行が終了していない場合には、処理をBに戻す。処理G、Hは全試行終了判定手段18によって行われる。

【0139】処理Iは、求められた確率密度を編集する処理であり、確率密度編集手段19により行われる。

【0140】上記図2は、1日に1回の確率変動が生じるとしてサンプリングを行ったが、図3に価格変動頻度

に応じてサンプリングの時間幅を設定する場合を示す。 \* 【0142】

【0141】図3は、処理C'、E'以外は図2と同じ 【数11】

である。

\*

図3の処理C'では、価格変動頻度に応じてサンプリングの時間幅を設定している。ボルツマン方程式における巨視的全断面積は、中性子の平均自由行程（衝突するまでに進む平均距離）の逆数を意味する。この全断面積に速さ  $v$  を乗じたものは、衝突頻度（単位時間あたりの衝突確率）となる。これを、株価の変化に適用すると、株価変化の確率過程と全断面積が分かれば、時間グリッドを設けることなく、価格変動シミュレーションを行うことができる。

従来は、一定の時間変化を  $\Delta t$  として  $\Delta t$  先の価格は  $\sigma\sqrt{\Delta t}$  の標準偏差を有する正規乱数で模擬していたため、時間グリッド  $\Delta t$  を設定する必要があった。従来の技術では、適当な時間グリッドの設定は正確なシミュレーションを行うには不可欠であるが、その設定は困難であった。これに対して、処理C'の方法によれば、時間グリッドの設定を省くことができる。

図3の例では、処理C'において、価格変動に指数分布を仮定し、

$$\tau_i = -\ln(1 - \xi_{i,1}) / (\sum_i (v_i) v_i)$$

としている。上式の確率過程および全断面積は全断面積・確率過程入力手段7によって入力される。

※動シミュレーション自体は、図2の価格変動シミュレーションDの処理と全く変わらない。

【0143】図3の処理Dでは、上記サンプリング方法に従い、価格変動をシミュレーションする。この価格変※

【0144】

【数12】

しかし、図3の処理では、サンプリングの時間幅が価格変動頻度に応じて変化する。各価格シミュレーションの後に、次のサンプリング位置が観測領域 ( $A_m, B_m, C_m, D_m$ ) 内にあるか否かによりサンプリングの時間幅を調節している。

【0145】図4と図5は、図2と図3にそれぞれ対応する所定の観測領域内におけるシミュレーションを模式的に表したものである。特に図5において、時間グリッドに関係なく、価格変動頻度に応じて所定の時間幅で価格変動を模擬できることが分かる。

【0146】本発明のボルツマンモデルによる価格変動シミュレーションは、時間  $T$ 、方向  $M$ 、速度  $V$  を表す関数として、

【数13】

1.  $T(\xi_{3i+1}, x_{i-1}, v_{i-1}, \mu_{i-1}) = -\ln(1 - \xi_{3i+1})/\lambda$
2.  $M(\xi_{3i+2}, x_{i-1}, v_{i-1}, \mu_{i-1}) = 1$  ( $\xi_{3i+2} \geq 0.5$  ならば),  $-1$  ( $\xi_{3i+2} < 0.5$  ならば)
3.  $\mu_{i-1} = 1$  ならば,  $V(\xi_{3i+3}, x_{i-1}, v_{i-1}, \mu_{i-1}) = v_0 + (r - \sigma^2/2)$   
 $\mu_{i-1} = -1$  ならば,  $V(\xi_{3i+3}, x_{i-1}, v_{i-1}, \mu_{i-1}) = v_0 - (r - \sigma^2/2)$

を用いると、従来の拡散モデルに基づく模擬を実施できる。

2つの例題の結果を示す。

例1:  $r=0.05$ ,  $\sigma^2=0.11$  で  $T=0.25$  年

図3のフローチャートに示す  $x$  の範囲  $A_m$  と  $B_m$  は、 $\delta x = 0.1\sigma$  とし、 $-3\sigma < x < 3\sigma$  を 60 等分した区間で、時間  $t$  の区間  $C_m$  と  $D_m$  は、 $C_m = 0.25[\text{年}]$ 、 $D_m = C_m + 1/365[\text{年}]$  である。評価量  $\omega_i$  は 1 である。

この例1の評価結果を図6に示す。図6に示すように破線の理論値 2.1 (対数正規分布) と本結果 2.2 (実線) は一致している。

例2:  $\sigma^2=0.1$  で、 $r=0.05$  と  $r=0$  の時

図3のフローチャートに示す  $x$  の範囲  $A_m$  と  $B_m$  は、 $A_m = -\infty$ 、 $B_m = +\infty$  で、時間  $t$  の区間  $C_m$  と  $D_m$  は、 $\delta t = 1[\text{日}]$  で 0 から 365[日] の 365 区間である。評価量  $\omega_i$  は

$x$  である。図7に示すようにドリフトがある場合の理論値 2.3、ドリフトがない場合の理論値 2.4 の両者を評価結果 2.5 と 2.6 が再現していることがわかる。

【0147】上記シミュレーションの速度分布方向分布は、標準正規分布と同様の確率分布としたため、拡散モ

\*デルと等価の確率密度となった。

【0148】ボルツマンモデルを実現するためには、速度分布および方向分布を評価しなければならない。

【0149】次に、速度分布の評価例を示す。

【数14】

幾何ブラウン運動を適用するために株価の自然対数を  $x$  とする。これが、中性子の位置  $x$  に相当する。日本の電機産業会社約 60 社の 3 年におよぶ株価から、速度分布方向分布を評価する。

これらの株価の 1 日の終値の自然対数を  $x$  とする。当日の終値の自然対数と前日の終値の自然対数との差の絶対値を入射速度  $v$  とし、翌日の終値の自然対数と当日の終値の自然対数との差の絶対値を現在速度  $v$  とする。これらの速度は、株価の 1 日あたりの変化率に相当する。

入射方向  $\mu$  を  $v$  の符号とし当日の方向  $\mu$  を  $v$  の符号とした。1 日毎の変化を見ているので、決定論的なドリフト項(例えば、非危険利子率)は、除かれている。本データによるシミュレーションにドリフトが見られれば、それは純粋に確率的ドリフトである。

【0150】株価の速度分布を求めるためには、図8に示すスペクトルが必要である。スペクトルは、密度  $p(x,$

$v, \mu; t)$  の  $x, \mu, t$  の積分で式15で表される。

【数15】

株価の速度分布を求めるためには、図8に示すスペクトルが必要である。スペクトルは、密度  $p(x, v, \mu; t)$  の  $x, \mu, t$  の積分で式15で表される。

$$S(v) = \int dt d\mu dx p(x, v, \mu; t)$$

式15

図8で、塗りつぶした円は全スペクトル27(式15)を示す。負方向(価格の減少)28と正方向(価格の増加)29をそれぞれ\*と□で示すが、それらは

$$S_-(v) = \int dt dx p(x, v, -1; t),$$

式16

$$S_+(v) = \int dt dx p(x, v, 1; t),$$

式17

となる。

これらのスペクトルは、大きさは若干異なるが、形は変わらないことがわかる。本結果から、速度分布と方向分布の独立性が明らかになる。これらの分布は、マックスウエル分布を典型例としたシグモイド関数(式18)

$$f(v) \propto \frac{v^\kappa \zeta g \exp[\gamma v]}{g \exp[\gamma v] + \zeta - g}$$

式18

とその近似形で記述できる。ここで、 $v, \kappa, \zeta, g, \gamma$  は任意の実数である。

【0151】これらは、2つのライン(急傾斜30と緩傾斜31)によって示されるので、これらのスペクトルは2つの成分で構成されていることがわかる。図8の凸状カーブは、ガウス分布18(正規分布)である。ガウス分布は、急傾斜のラインをおおよそ再現するが、緩傾斜のラインを極端に過小評価する。

【0152】スペクトルの入射速度依存性を調べる。結

果を図9に示す。図9で、塗りつぶしたシンボル33、点34、および、塗りつぶしていないシンボル35は、それぞれ、入射速度が約1%、約2%、および、約3%に関する速度分布を示す。これらの分布は一に規格化している。

【0153】

【数16】

二重微分断面積 $\Sigma(v', \mu' \rightarrow v, \mu)$ を、図10と11に方向 $\mu$ に関して示す。図10と11から、これらの形は変わらないことがわかる。

このことから、速度分布 $\mathcal{J}(v' \rightarrow v)$ と方向分布 $\rho(\mu' \rightarrow \mu)$ の積で二重微分断面積を与えることがわかり、式19を得る。

$$\Sigma(v', \mu' \rightarrow v, \mu) \propto \mathcal{J}(v' \rightarrow v) \rho(\mu' \rightarrow \mu).$$

式 19

ここで、変動前の価格変動率をパラメータとして価格変動後の価格変動率分布をシグモイド関数で決定する例を示す。図9から図11により、入射速度 $v$ に従って、スペクトルが高い方向にづれることがわかるので、温度の概念を導入できる。図9から図11の分布も、マックス\*

$$f(v) \propto v \exp[-v/T].$$

\* ウェル分布で記述できる。

【0154】図9から図11は、指数分布を示唆しているので、原子核反応で放出された中性子を表すために用いられる蒸発スペクトル、式20を用いる。

【数17】

式 20

これはマックスウェル分布の変形である。式20の自然対数をとると、関係-1を得る。

$$\ln(f(v)) - \ln(v) = -v/T + \text{Constant}.$$

関係-1

図12に関係-1を示す。勾配の逆数は、温度 $T$ に相当する。図12は、微分断面積の速度項の経験式、式21を与える。図13に速度 $v'$ と温度 $T$ の関係を示す。

$$\mathcal{J}(v' \rightarrow v) \propto v \exp[-v/(3.5533v'^2 + 0.1023v' + 0.0044)].$$

式 21

次に、金融商品またはその派生商品の変動方向の確率を金融商品またはその派生商品の価格の実績データから推定の例を示す。

【0155】本問題では、方向は1と-1のみを取る。1

は、価格の増加を意味する。そして、-1は価格の減少を意味する。金融工学では、方向分布は式22で与えられる。

【数18】

$$p(\mu' \rightarrow \mu; t) = \begin{cases} p(1 \rightarrow 1; t) & ; \text{価格が上昇し続ける} \\ p(-1 \rightarrow 1; t) & ; \text{価格が下降から上昇に変わる} \\ p(1 \rightarrow -1; t) & ; \text{価格が上昇から下降に変わる} \\ p(-1 \rightarrow -1; t) & ; \text{価格が下降し続ける} \end{cases}$$

式 22

価格が上昇し続ける確率  $p(1 \rightarrow 1; t)$  と価格が下降し続ける確率  $p(-1 \rightarrow -1; t)$  の 5 日毎の平均を図 14 に示す。塗りつぶした■36は、価格の上昇から上昇への事象  $p(1 \rightarrow 1; t)$  を、塗りつぶしていない□37は、価格の下降から下降への事象  $p(-1 \rightarrow -1; t)$  をそれぞれ示す。太い実線38と太い破線39は、それらの時間平均である。他の確率は、式23と式24で与えられる。

$$p(1 \rightarrow -1; t) = 1 - p(1 \rightarrow 1; t)$$

式 23

$$p(-1 \rightarrow 1; t) = 1 - p(-1 \rightarrow -1; t)$$

式 24

金融商品またはその派生商品の変動方向の確率に関して、価格が増加する確率と減少する確率の間の相関は、図14に示される。図14で、価格が上昇しつづける確率(図中塗りつぶした四角36)と価格が下降しつづける確率(図中□37)が時間とともに互いに反発する方向に変化することが、これらの負の相関を意味する。

【0156】図14に示す相関を二重微分断面の角度分布に考慮することにより、より正確な確率的ドリフトの評価が可能となる。

【0157】次に、本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムによる評価を従来技術による評価との比較して示す。

【0158】図15に、評価した速度分布と方向分布を用いたボルツマンモデルの結果を示す。図15中の細い実線40はボルツマンモデルの評価結果で、太い実線41は実績データである。ボルツマンモデルは、価格のジャンプ(大きな変動)をシミュレーションできていることが分かる。

【0159】図16は図15の拡大図である。塗りつぶした塗りつぶした四角42で示したものが実績データ\*

\*ある。実績データは、1日で約10パーセントの価格変化(ジャンプ)43を随所で示す。

30 【0160】塗りつぶしていない□44と△45は、ボルツマンモデルによるシミュレーション例の一部である。これらは、実績データと類似したジャンプ46を示す。この価格のジャンプをシミュレーションできること金融商品等のリスク評価という面では重要である。

【0161】これに対して、従来の拡散モデル(図16中の+47)は、このような急激なジャンプを再現できず、連続的な価格変化しかシミュレーションすることができない。

40 【0162】200日後の株価の対数の分布のシミュレートした。結果を図17に示す。本シミュレーションでは、決定論的ドリフト項(例えば、非危険利子率)は考慮していない。従来の拡散モデルは、図17の実線の曲線48(期待値が0で標準偏差が0.29)で示す。ボルツマンモデルは、若干ドリフトした結果(塗りつぶした塗りつぶした四角49)となる。これは、純粋に確率過程から生じたものである。ドリフトの補正をした

【数19】

ガウス分布(図中破線50)は、ボルツマンモデルの約 $\pm 2.5\sigma$ の範囲を覆っているが、それ以外は過少評価となっている。

【0163】ボルツマンモデルの特長は、本例の結果で示される。すなわち、従来技術では系統的評価が不可能であった価格変化が大きい部分の確率の評価と確率的ドリフトの評価をボルツマンモデルで評価可能なのである。

【0164】次に、速度 $v$ （価格変動率）と角度 $\mu$ （価格変動方向）の相関がある場合について説明する。上述した解析例では、二重微分断面積に関して、式19のように速度 $v$ と角度 $\mu$ を変数分離して、それぞれ独立と仮定した。

\*10

式6は、断面積 $\Sigma$ が価格 $x$ について一定である。これは、ボラティリティが価格に対して一定であるという従来の金融工学と同じである。

従来の金融工学では、断面積 $\Sigma$ が価格 $x$ について一定でない非均質問題について

では、ボラティリティスマイル等の技法でボラティリティの価格依存性を補正している。しかし、これらの技法は、経験やノウハウに頼るところが大きい。

【0167】ボルツマンモデルでは、非均質問題である式5を適用することにより、ボラティリティの価格依存性を系統的に考慮できる。

【0168】次に、価格分布の変化によって非均質性が変化する場合について説明する。従来の金融工学では、理論※

\*【0165】しかし、ボルツマンモデルでは、変数分離しない関数を導入することにより速度 $v$ と角度 $\mu$ の相関も考慮できる。これらの相関を考慮していない例では、平均値を中心にして対称な分布しか評価しない。これに対して、価格変動率の分布と変動方向の確率間の相関を考慮することにより、変数分離しない関数を導入でき非対称な分布も評価できる。

【0166】次に、非均質問題について説明する。

【数20】

※的に非均質問題を取り扱うことはできないので、確率ボラティリティとして処理することが多い。しかし、この確率ボラティリティもノウハウや経験に頼る点が大きいため、客観性に欠けることが否めない。

20 【0169】ボルツマンモデルでは、次の非線形ボルツマン方程式である式25により、確率ボラティリティを正確に扱うことができる。

【数21】

$$\frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{v \partial t} = \mu \frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_s(\phi(x, v, \mu; t), v) \phi(x, v, \mu; t) - \int dv' d\mu' \Sigma_s(\phi(x, v, \mu; t), v', \mu' \rightarrow v, \mu) \phi(x, v', \mu'; t).$$

式 25

式25では、フラックス $\phi$ が断面積に含まれており、フラックスの変化とともに断面積も変化する。

【0170】この技術は、中性子の場合には原子燃料の燃焼計算として実現している。金融工学の場合には、確率的ボラティリティの系統的な評価法となる。

【0171】次に、観測領域内の任意の時点の評価について説明する。式9の密度表現では、たとえば、199日と★

★200日の間の任意の1時間に関する確率密度を評価することはできない。何故なら、ここでは価格変動の事象が検出できないからである。

【0172】

【数22】

これに対して、式5と式6のフラックス表現を用いると、価格変動の有無に関わらず、任意の時間 $t$ でフラックス $\phi(x, v, \mu; t)$ が求まる。フラックス $\phi(x, v, \mu; t)$ は、任意の時間 $t$ を表現することができるので、199日と200日の間の任意の一時間の確率密度 $P$ は、

$$P = \int_{\Delta t=1} dt \phi(x, v, \mu; t) / v$$

式 26

で正しく求めることができる。これは、飛跡長推定量である。

【0173】次に、有意なサンプリングを実施できない点に対する評価方法について説明する。

【0174】飛跡長推定量は、任意の時点の評価を行うことができるが、非常に小さな価格帯と時間帯では膨大なサンプリングを実施しても有意なサンプリングを実施できないので、評価は不可能である。

【0175】このような場合には、位相空間の一点にお\*

は $\exp(-\Sigma t \times r)$ だけ減衰し、また、距離に応じて立体角が変化して $1/r^2$ の補正により、点Bで変化して点Cに到達する中性子を相当程度性格に推定することができる。また、点Bでの散乱角の確率は微分断面積 $\Sigma_s(v', \mu' \rightarrow v, \mu)$ と分かっているの  
で、サンプリング中に点Bで変化して点Cに到達しない場合でもその確率を評価  
することができる。

【0177】この点検出器の概念を金融商品等の評価に導入し、金融商品あるいはその派生商品の価格変動事象の全部あるいは一部を用いて、目標とする微小な観測領域の価格あるいはリスク値分布を評価することができ

る。  
【0178】すなわち、現実的には目的とする位相空間内の微小領域での事象をサンプリングでは引き起こさないにもかかわらず、事象を引き起こす経路を自動的に調べることにより、ランダムサンプリング中に価格変動の事象が起こり得ず、フラックスとして通過することもできない程の微小な時間帯と価格帯における確率を現実的

\*ける中性子を評価する点検出器の概念を金融商品等の事象に適用することにより、評価が可能となる。

【0176】中性子評価における点検出器の概念は、ある点Cの中性子を評価する場合に、点Aから出発して点Bで衝突して点Cを通過する確率を評価する。すなわち、C点を通過しない散乱の情報をもとに点Cを通過する確率を推定するのである。もっとも簡単な例では、点Bと点Cの距離を $r$ として、点Bから点Cの間に中性子

【数23】

な計算時間で評価できる。このように、価格変動事象が生じず、かつ、フラックスとして通過することもできない微小領域の確率を評価することにより、分散低減を図ることができるのである。

【0179】次にボルツマンモデルにおける随伴確率密度あるいは随伴フラックスを導入する場合について説明する。

【0180】式6に示すボルツマン方程式の随伴方程式、式27

【数24】



$$\frac{\partial \phi^\dagger(x, v, \mu; t)}{v \partial t} = \mu \frac{\partial \phi^\dagger(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_s(v) \phi^\dagger(x, v, \mu; t) - \int dv' d\mu' \Sigma_s(v, \mu \rightarrow v', \mu') \phi^\dagger(x, v', \mu'; t) - S^\dagger(x, v, \mu; t).$$

式 27

の解である随伴フラックス  $\phi^\dagger(x, v', \mu'; t)$  は、随伴線源  $S^\dagger(x, v, \mu; t)$  の期待値

$$\langle S^\dagger(x, v, \mu; t) \phi(x, v, \mu; t) \rangle = \int dv d\mu dx dt S^\dagger(x, v, \mu; t) \phi(x, v, \mu; t)$$

式 28

式 28 の感度を表す。

ここで、随伴線源  $S^\dagger(x, v, \mu; t)$  は金融商品または金融派生商品の価格評価式に相当する。

したがって、随伴フラックス  $\phi^\dagger(x, v', \mu'; t)$  に比例した重みを位相空間に与えることで、金融商品または金融派生商品の価格の期待値を評価する際に、モンテカルロ法に伴う分散を低減できる。

【0181】次に、金融商品等の間に相関関係がある場合の適用について説明する。従来、複数の、たとえば2つの金融商品とその派生商品の価格評価では、これらに\*

\*相関がある場合には、  
【数25】

$$\begin{aligned} dx_1 &= \mu_1 dt + \sigma_1 \sqrt{dt} \xi_1 \\ dx_2 &= \mu_2 dt + \sigma_2 \sqrt{dt} \xi_2 \end{aligned}$$

式 29

2つの伊藤過程に関して、正規乱数  $\xi_1$  と  $\xi_2$  を発生させるときに、既知の相関係数  $\rho$  にしたがった相関のある乱数を発生して模擬している。これによって、単一の商品のみならず、複数の商品を組み合わせたポートフォリオの価格評価を実現する。

【0182】本発明では、ポートフォリオへの適用に関して、ボルツマンモデルにより、従来技術と同様に複

数の商品についてボルツマン方程式を連立させ、  
【数26】

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t)}{v_1 \partial t} = \mu_1 \frac{\partial \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t)}{\partial x_1} + \Sigma_s(v_1) \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t) \\
& \quad - \int dv'_1 d\mu'_1 \Sigma_s(v'_1, \mu'_1 \rightarrow v_1, \mu_1) \phi(x_1, v'_1, \mu'_1; t) \\
& -\frac{\partial \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t)}{v_2 \partial t} = \mu_2 \frac{\partial \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t)}{\partial x_2} + \Sigma_s(v_2) \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t) \\
& \quad - \int dv'_2 d\mu'_2 \Sigma_s(v'_2, \mu'_2 \rightarrow v_2, \mu_2) \phi(x_2, v'_2, \mu'_2; t)
\end{aligned}$$

式 30

各式の右辺第 3 項の二重微分断面積  $\Sigma_s(v'_1, \mu'_1 \rightarrow v_1, \mu_1)$  と  $\Sigma_s(v'_2, \mu'_2 \rightarrow v_2, \mu_2)$  との間に相関を考慮することにより、従来技術である式 29 と同等以上の効果を実現できる。

【0183】次に、本発明のボルツマンモデルにおける \* 【数 27】  
伊藤定理の適用について説明する。 \* 20

従来、金融派生商品の価格評価では、派生もとの金融商品、たとえば株の価格  $S$  が、伊藤過程

$$dS = a(S, t)dt + b(S, t)\sqrt{dt}\xi$$

式 31

に従うときに、株価に連動した派生商品の価格  $F(S, t)$  は、

$$dF = \left( \frac{\partial F}{\partial t} + a \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{1}{2} b^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \right) dt + b \frac{\partial F}{\partial S} \sqrt{dt} \xi$$

式 32

のように、派生もとの過程と同様に伊藤過程に従うことがわかっている。これを伊藤の定理という。

従来は、乱数  $\xi$  に正規分布を用いていたが、伊藤の定理は、正規分布でなくても第 2 項のランダム過程が微少時間  $dt$  の平方根に比例すれば成立する。

【0184】したがって、ボルツマンモデルでは、価格の分布を正規分布にかかわらず、任意に求めることができる。ボルツマンモデルで評価した分布の分散が時間の平方根に比例する場合には、伊藤の定理に基づいて設計された従来の価格評価システムでも、乱数の  $x$  を正規分布からボルツマンモデルで求めた分布に置き換えることで、ボルツマンモデルを厳密に適用した場合と同等の効果を実現できる。

【0185】ボルツマンモデルによる価格分布は厳密には正規分布にはならないが、図 18 に示すように標準偏差に価格を規格化した分布形は時間によらず一定となる。図 18 の塗りつぶした四角 51 は 20 日後、塗りつぶした三角 52 は 60 日後、塗りつぶした菱形 53 は 100 日後、□ 54 は 120 日後、△ 55 は 160 日後、◇ 56 は 200 日後の価格分布をそれぞれ示す。これら

## 【数 28】

約 $\pm 2.5\sigma$ 

以内では正規分布 57 と一致する。この正規分布は標準偏差が時間の平方根に比例する。したがって、ボルツマンモデルによる確率分布の標準偏差が時間の平方根に比例することを意味する。この例は、日本の電機産業メーカー 60 社の株価の分布をシミュレートしたものである。これらの株価から派生した金融商品の価格またはリスク値を評価するための従来システムが伊藤の定理に基づいたものであれば、正規分布をボルツマンモデルの分布に置き換えるだけでボルツマンモデルの効果を取り入れることができる。

【0186】最後に、本発明の並列処理システムへの適用について説明する。本発明は、モンテカルロ法を解析手法の基礎とする。モンテカルロ法は並列処理により高速化がはかれる数値解析手法として広く認識されている。特に、中性子輸送モンテカルロ法は、並列処理による高速化に関しては多くの実績を持つ。本発明は、ボルツマンモデルの実現に中性子輸送モンテカルロ法の手法を用いているので、必然的に並列処理による高速化も達成できる。

【0187】図 19 において、処理ブロック A～I の各処理は図 2, 3 の各処理と同一のものである。図 19 に示すように、並列処理システムでは、各価格変動シミュレーション B～F を並列化し、各試行を複数の CPU に分担させることにより、並列処理に用いた CPU の数にしたがって、高速化が実現できる。

【0188】以上で本発明の実施形態の説明を終了するが、上記説明では本発明を実現するシステムについて説明した。実際の実施形態では、コンピュータを制御して上述したような処理を行わせるプログラムを記憶媒体に記憶させ、この記憶媒体を譲渡等し、この記憶媒体を用いて所定のコンピュータシステムによってプログラムを起動し、上記金融商品等の価格リスク評価システムを実現するものである。

## 【0189】

【発明の効果】以上の説明から明らかなように、本発明の「金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム」によれば、正規分布と比較して特に金融商品等が大きな価格変動を生じる確率を正確に評価でき、金融商品あるいはその派生商品の価格分布やリスク分布を正しく評価できるシステムを提供することができる。

【0190】また、本発明による「金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム」は、評価に用いる確率密度関数が価格に依存して変化するような非均質問題、あるいは、確率密度関数が非線形であるような非線形問題等に対しても、従来のように経験やノウハウに頼ることなく客観的に評価することができる。

【0191】また、本発明による「金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム」は、柔軟に確率

分布を表現でき、従来の金融商品等のリスク評価方法では表現することができなかった標準正規分布以外の分布、あるいは、価格変動率は変動前の価格変動率によって影響されるような場合、あるいは、価格が増加する確率と価格が減少する確率との間に相関関係が存在する場合、あるいは、価格変動率と価格変動方向との間に相関関係がある場合等を記述することができる。

【0192】また、本発明の「金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム」によれば、従来困難であった価格変動シミュレーションの時間グリッドの設定を省くことができる。

【0193】また、従来サンプリングすることができなかった観測領域内の任意の時点の評価について、フラックスを導入することにより評価することができる。

【0194】また、本発明によれば、中性子評価で利用される点検出器の概念を導入することにより、価格変動も生じず、また、フラックスも通過しないような微小の観測領域に対して、価格変動事象の全部または一部から目的とする領域の事象を引き起こす経路を自動的に調べ、これによって、任意の微小観測領域の事象を評価でき、分散軽減を図ることができる。

【0195】また、本発明によれば、金融工学に随伴確率密度あるいは随伴フラックスの概念を導入することにより、位相空間に随伴フラックスに比例した重みを与えることにより、モンテカルロ法に伴う分散を低減することができる。

【0196】さらに、本発明によれば、複数の金融商品間の価格変動確率分布に相関関係が存在する場合にその相関関係を考慮して評価することができる。また、伊藤の定理を適用し、金融商品の価格変動の確率分布からその派生商品の価格変動確率分布を評価することもできる。

【0197】また、本発明による「金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システム」は、並列計算機への適用が容易であり、並列処理により、きわめて高効率に処理可能な金融商品等の価格リスク評価システムを提供することができる。

【0198】最後に、本発明は、標準正規分布を前提とする拡散モデルの代わりにボルツマンモデルを導入したものである。したがって、リスク値の評価やポートフォリオの解析等の既存の金融工学関連の諸システムを利用し、容易にその一部に組み込むことができる。これにより、従来のハードウェア資産のみならず、解析によって得た種々の情報をそのまま利用でき、効率のよい金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムを得ることができる。

## 【図面の簡単な説明】

【図 1】本発明の金融商品等の価格リスク評価システムの構成と処理の流れを示したブロック図。

【図 2】本発明のボルツマンモデル解析手段における処

理の流れを示したフローチャート。

【図 3】価格変動頻度を導入した本発明のボルツマンモデル解析手段における処理の流れを示した他のフローチャート。

【図 4】図 2 の評価における観測領域における挙動を模式的に示した図。

【図 5】図 3 の評価における観測領域における挙動を模式的に示した図。

【図 6】本発明のボルツマンモデルを用いて、拡散モデルを模擬した確率分布を示すグラフ。

【図 7】本発明のボルツマンモデルを用いて、拡散モデルを模擬した価格変動を示すグラフ。

【図 8】価格変動率  $v$  に関するスペクトルを示したグラフ。

【図 9】スペクトルの入射速度  $v'$  に関する依存性を示したグラフ。

【図 10】スペクトルの価格上昇成分の入射速度  $v'$  に関する依存性を示したグラフ。

【図 11】スペクトルの価格下降成分の入射速度  $v'$  に関する依存性を示したグラフ。

【図 12】蒸発スペクトルの適用を示す図。

【図 13】微分断面積の速度項の経験式を示すグラフ。

【図 14】価格が上昇を続ける確率と下降を続ける確率を 5 日ごとの平均を示したグラフ。

【図 15】ボルツマンモデルによる株価変動シミュレーション結果を示すグラフ。

【図 16】ボルツマンモデルによる株価変動シミュレーション結果を拡大して示すグラフ。

【図 17】ボルツマンモデルによって求められた 200 日後の株価分布を示すグラフ。

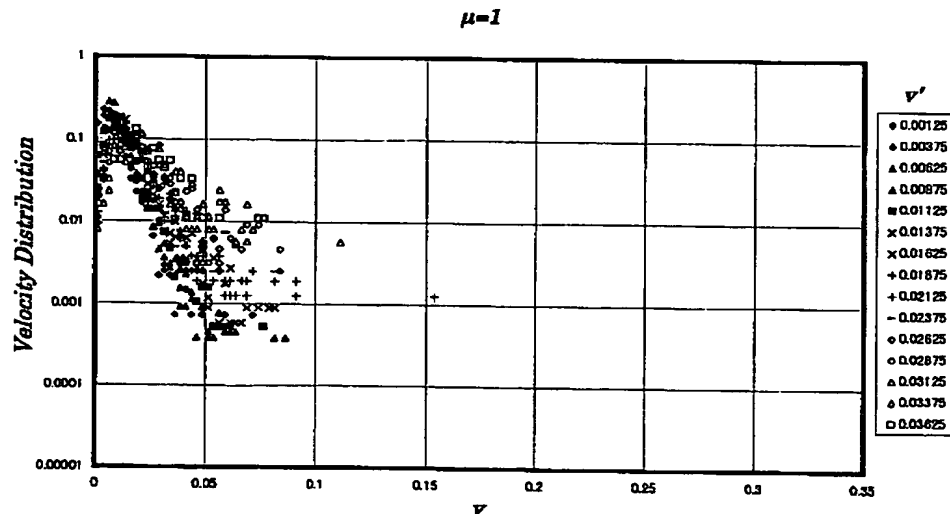
【図 18】ボルツマンモデルによる 20 日ごとの株価分布を示すグラフ。

【図 19】並列処理システム化した本発明の金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムの構成図。

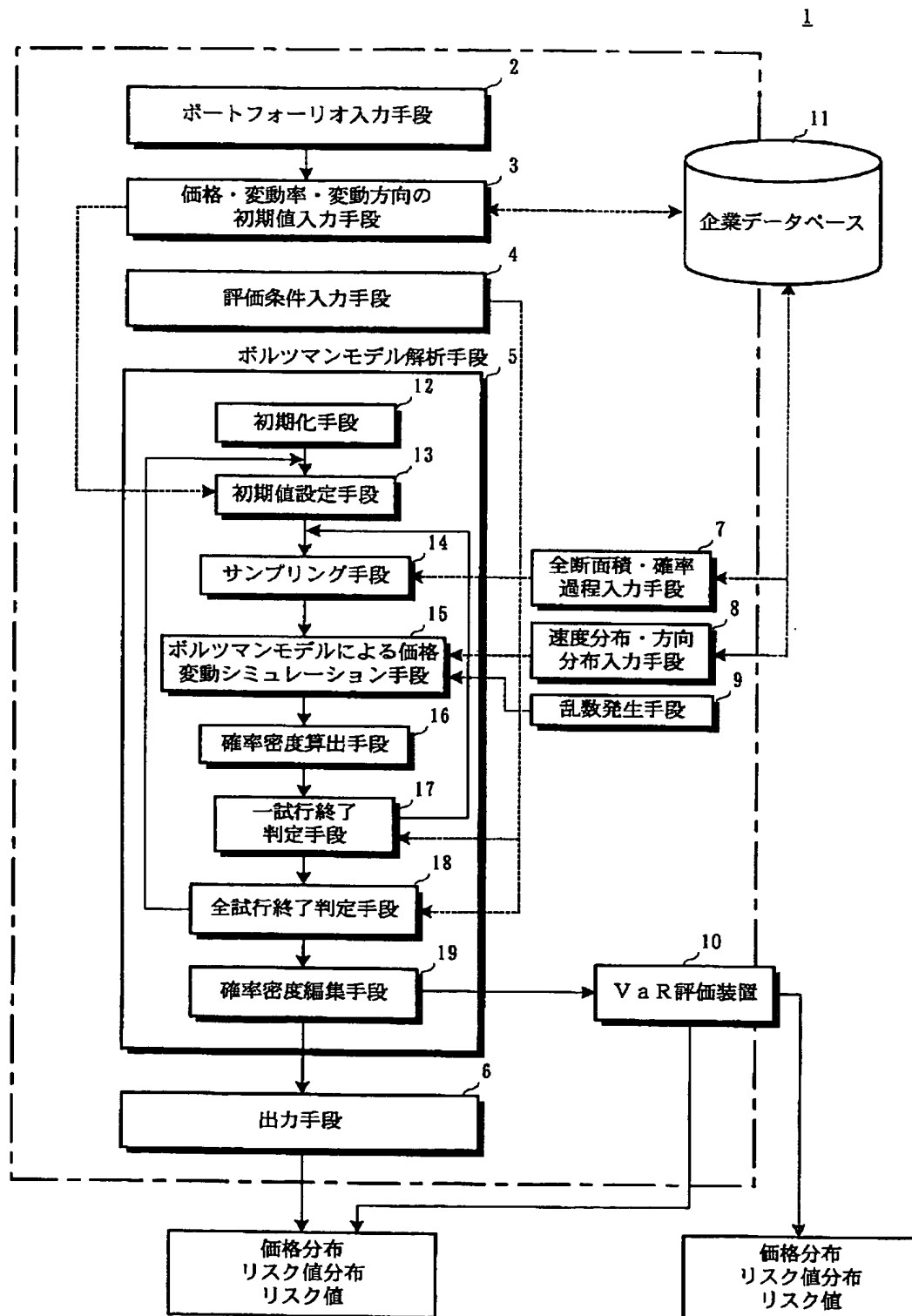
#### 【符号の説明】

- |    |                   |
|----|-------------------|
| 1  | 金融商品等の価格リスク評価システム |
| 2  | ポートフォリオ入力手段       |
| 3  | 初期値入力手段           |
| 4  | 評価条件入力手段          |
| 5  | ボルツマンモデル解析手段      |
| 6  | 出力手段              |
| 7  | 全断面積・確率過程入力手段     |
| 8  | 速度分布・方向分布入力手段     |
| 9  | 乱数発生手段            |
| 10 | VaR 評価装置          |
| 11 | 企業データベース          |
| 12 | 初期化手段             |
| 13 | 初期値設定手段           |
| 14 | サンプリング手段          |
| 15 | 価格変動シミュレーション手段    |
| 16 | 確率密度算出手段          |
| 17 | 一試行終了判定手段         |
| 18 | 全試行終了判定手段         |
| 19 | 確率密度編集手段          |

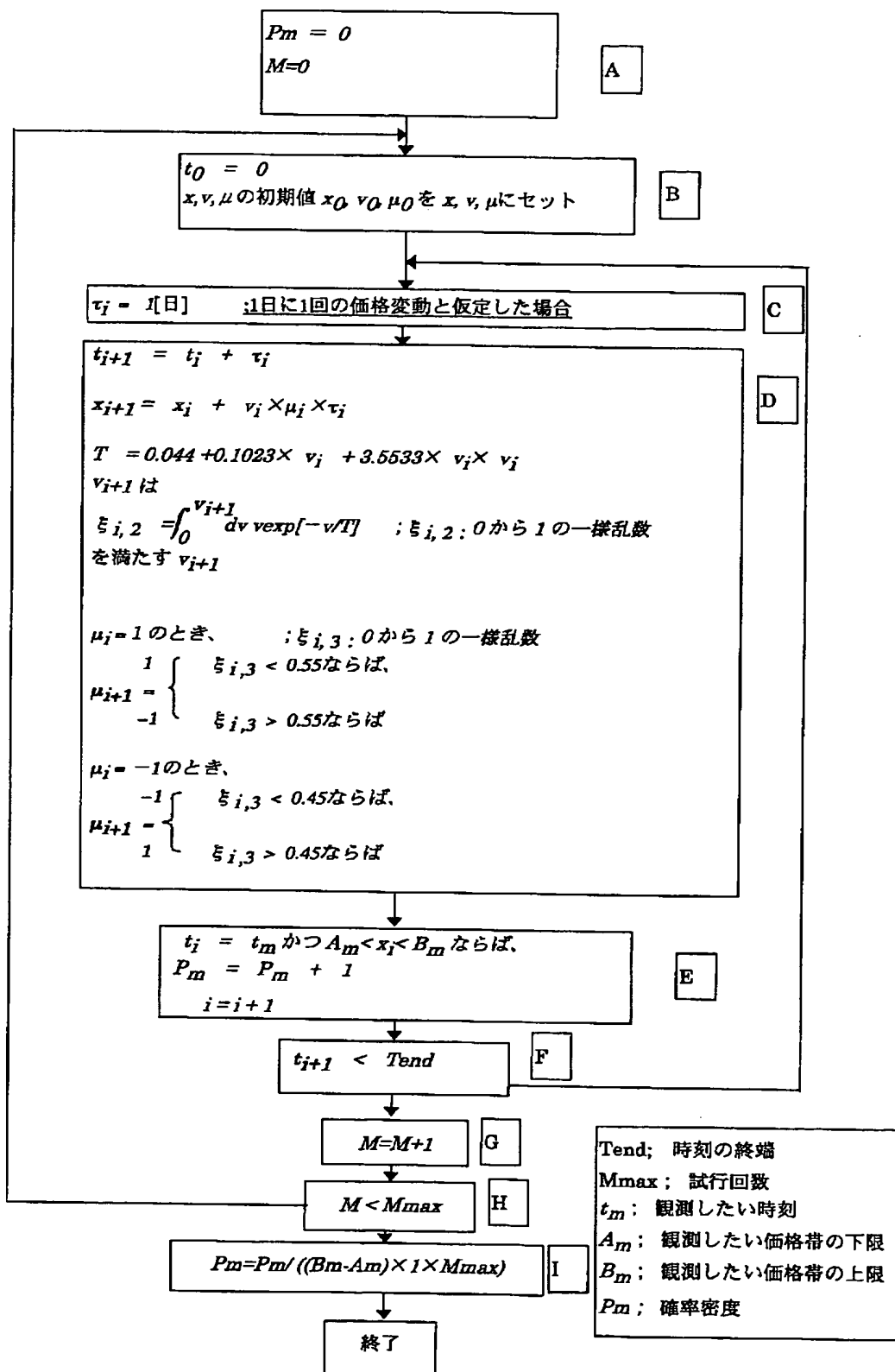
【図 10】



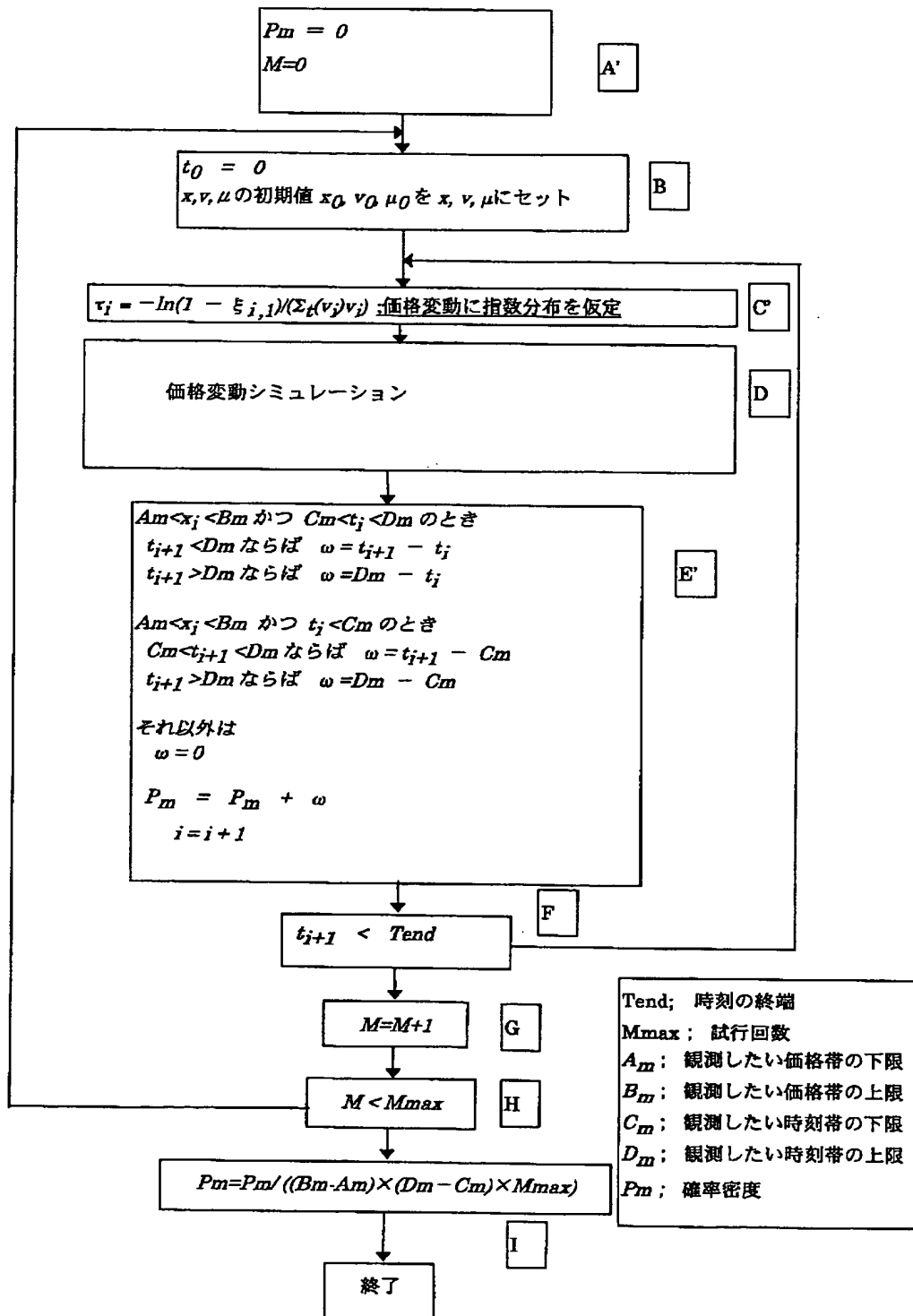
【図1】



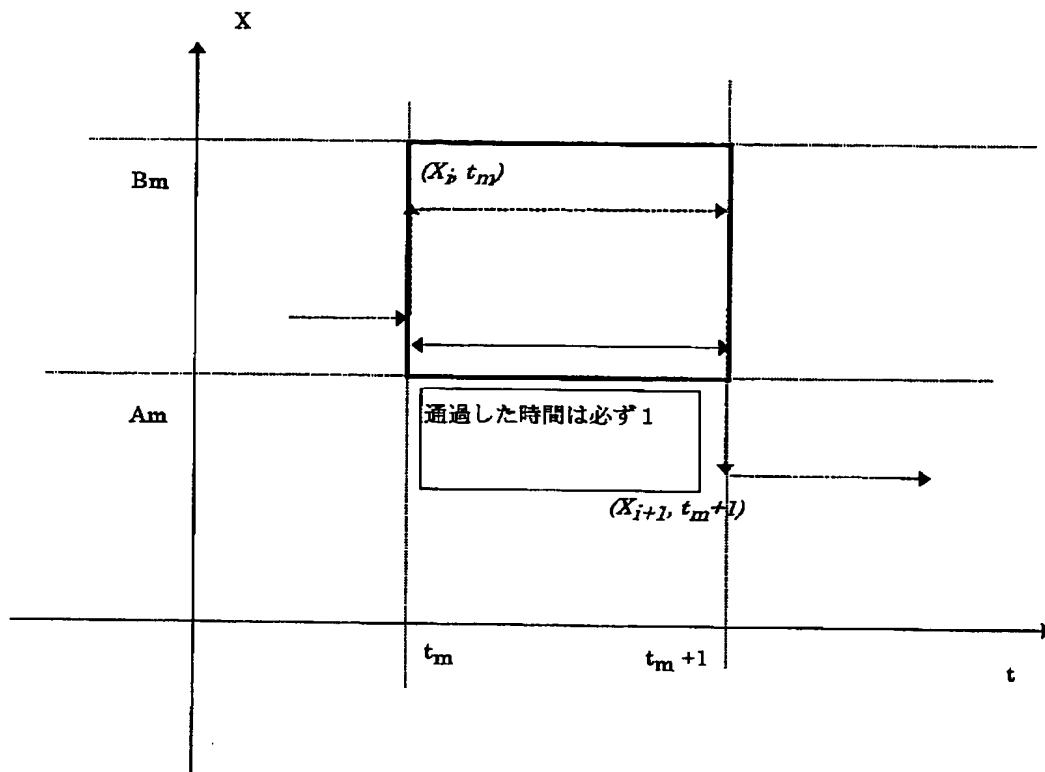
【図2】



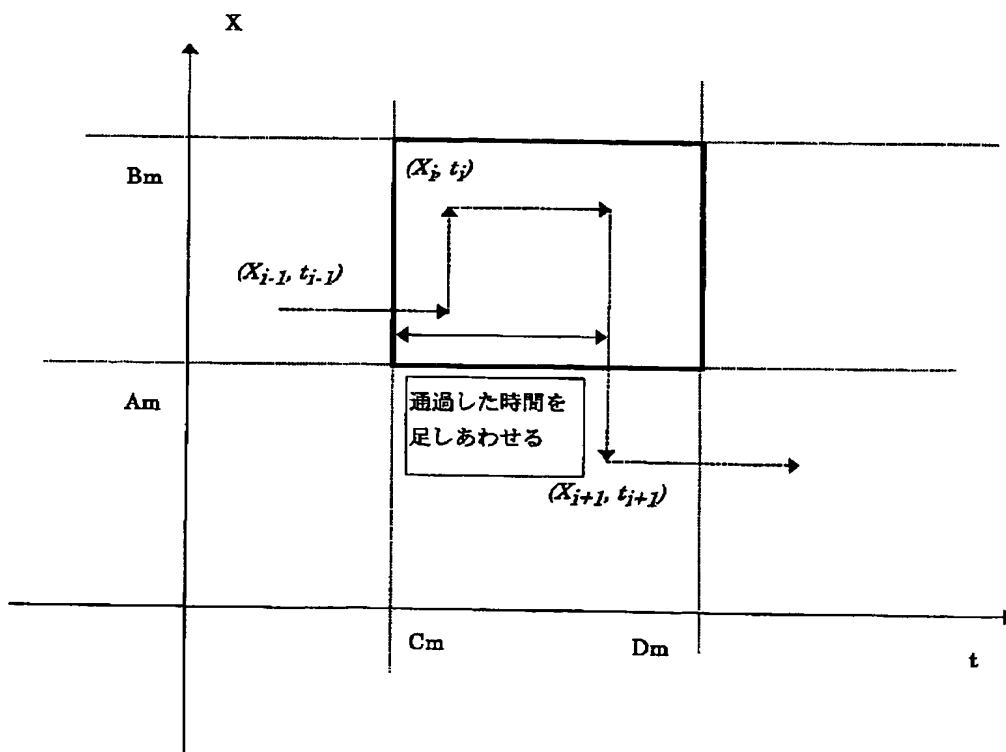
【図3】



【図4】

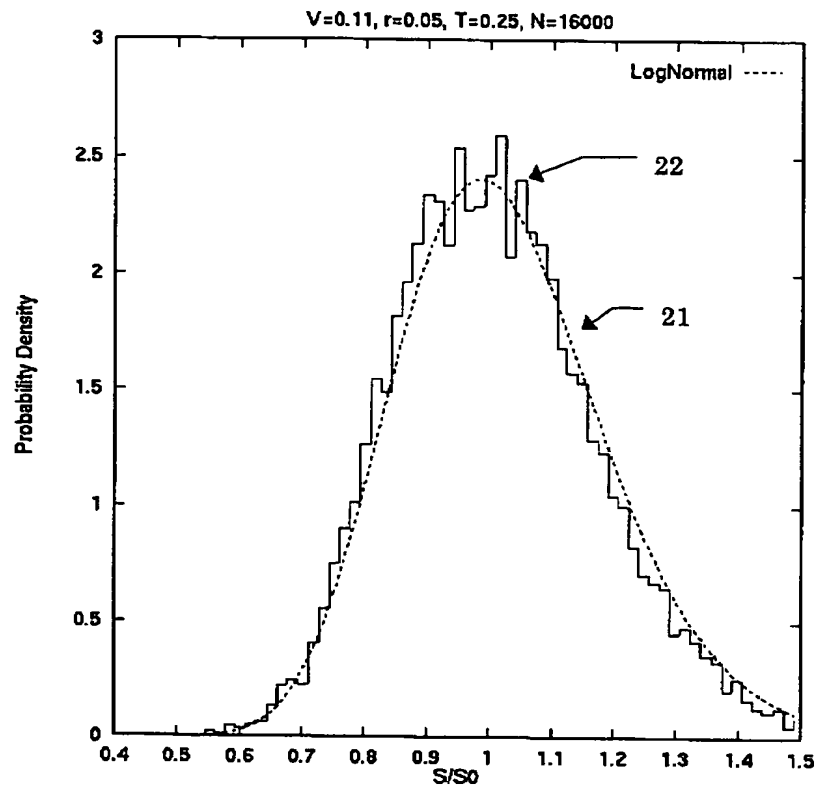


【図5】



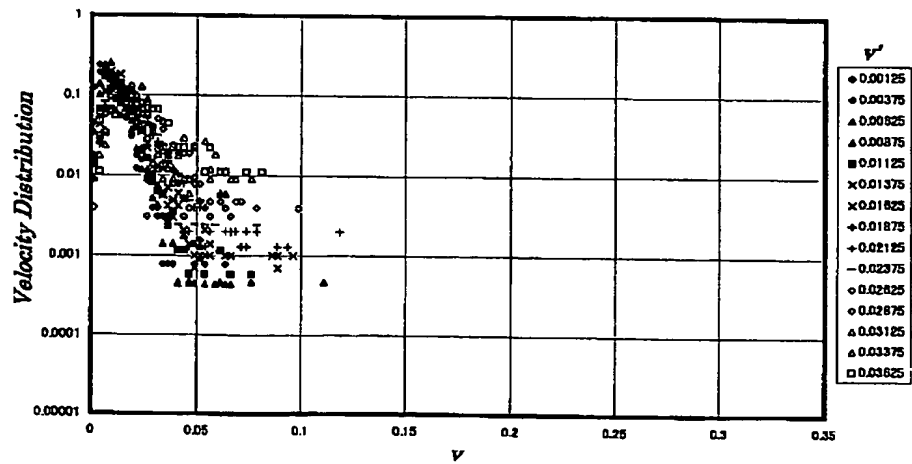


【図 6】

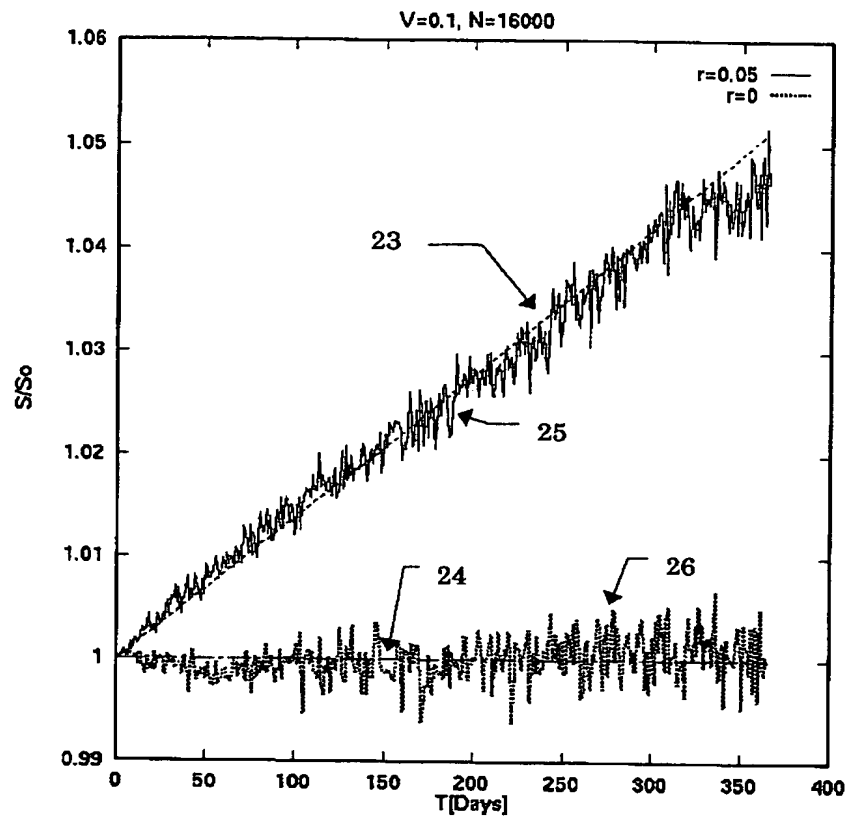


21 理論値 (対数正規分布)  
22 本結果

【図 11】

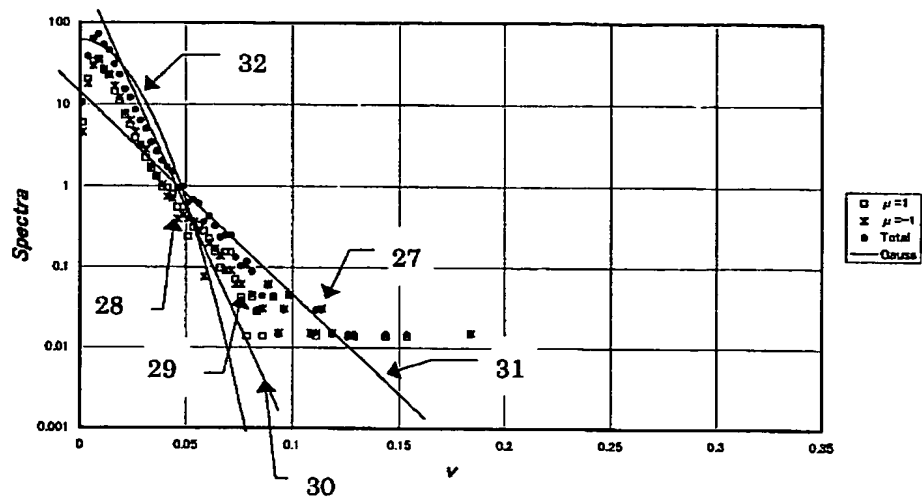
 $\mu=-1$ 

【図7】



- 23 ドリフトがある場合の理論値  
 24 ドリフトがない場合の理論値  
 25 ドリフトがある場合の模擬結果  
 26 ドリフトがない場合の模擬結果

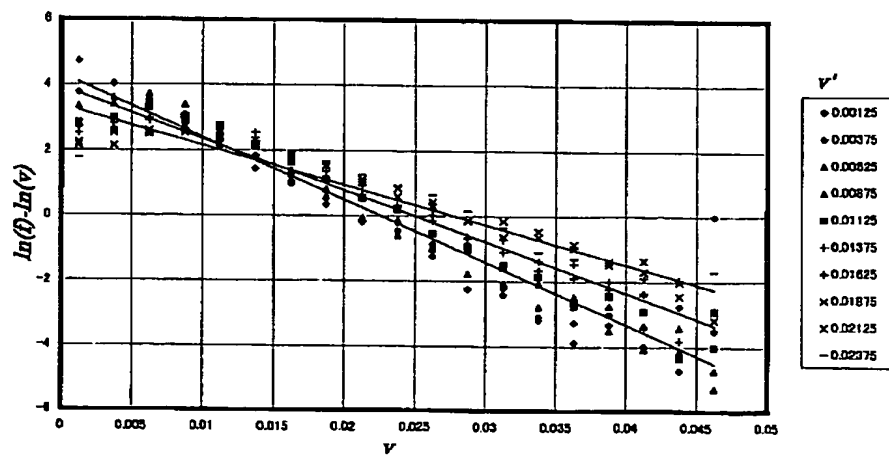
【図8】



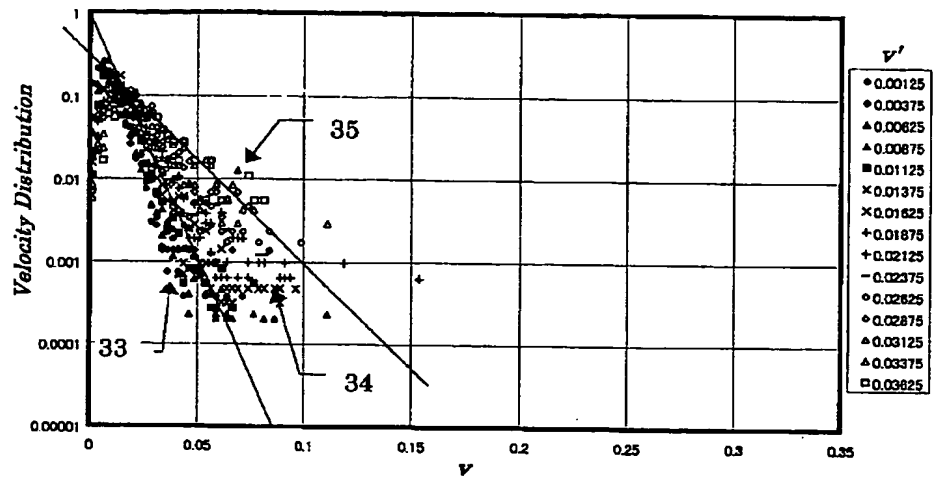
- 27 全スペクトル  
 28 負方向(価格の減少)のスペクトル  
 29 正方向(価格の増加)のスペクトル  
 30 急傾斜の成分  
 31 緩傾斜の成分  
 32 ガウス分布 8

【図12】

Fitting by  $\nu \cdot \exp[-\nu/T]$

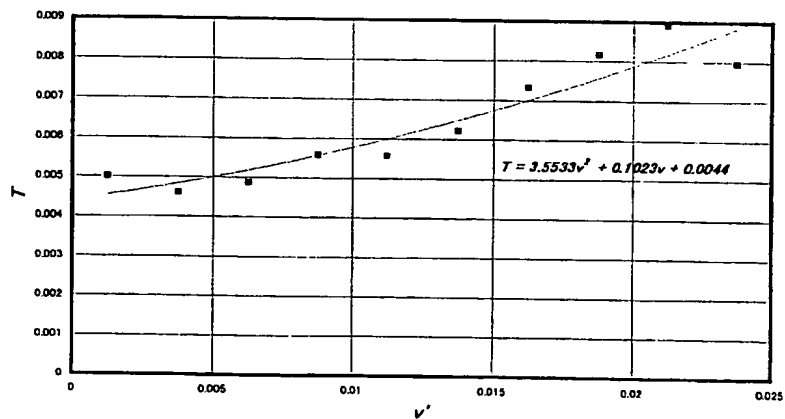


【図 9】

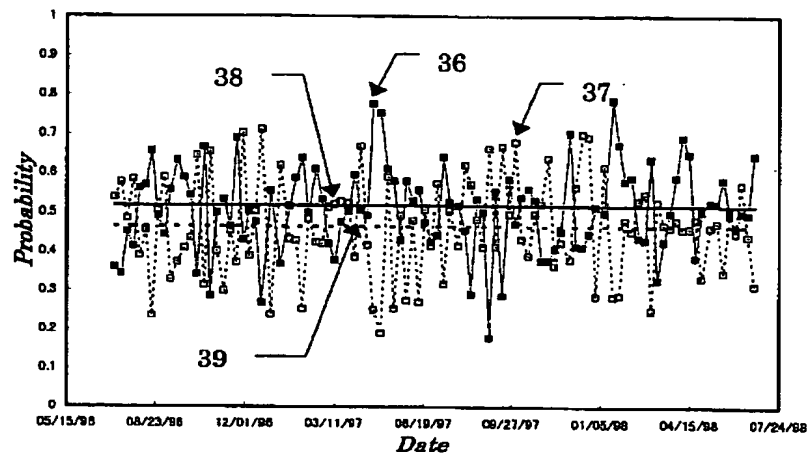


33 入射速度約 1%時の速度分布、  
 34 入射速度約 2%時の速度分布  
 35 入射速度約 3%時の速度分布

【図 13】

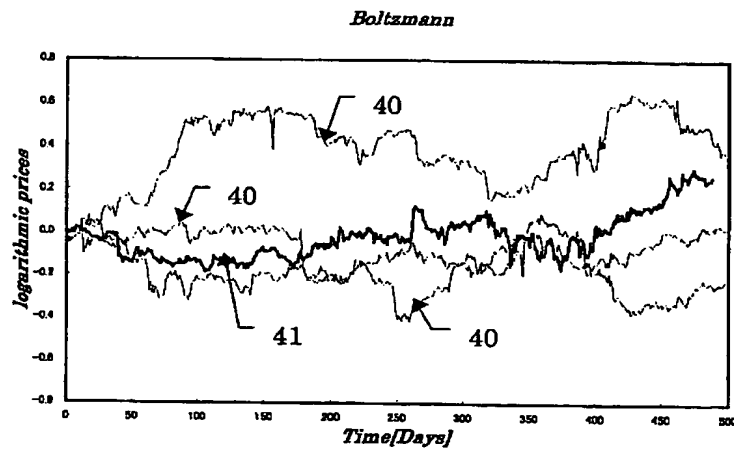


【図14】



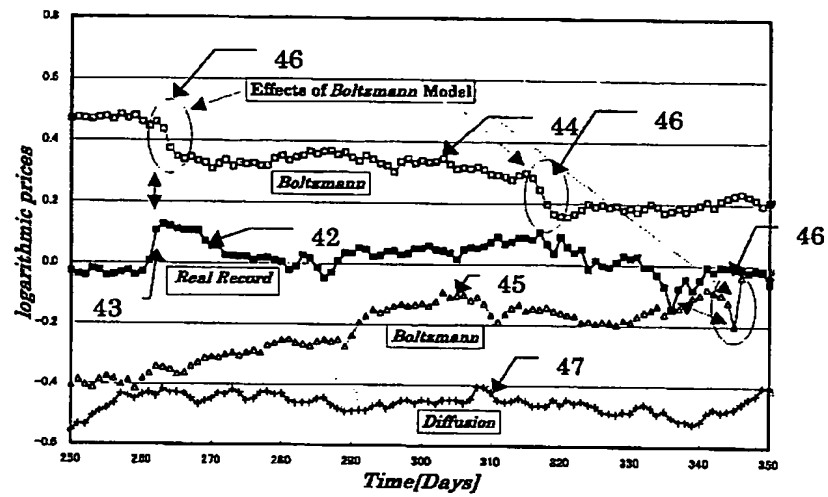
- 36 価格の上昇から上昇への事象確率  $\rho(1 \rightarrow 1; t)$   
 37 価格の下降から下降への事象確率  $\rho(-1 \rightarrow -1; t)$   
 38 価格の上昇から上昇への事象確率の平均  
 39 価格の下降から下降への事象確率  $\rho(-1 \rightarrow -1; t)$  の平均

【図15】



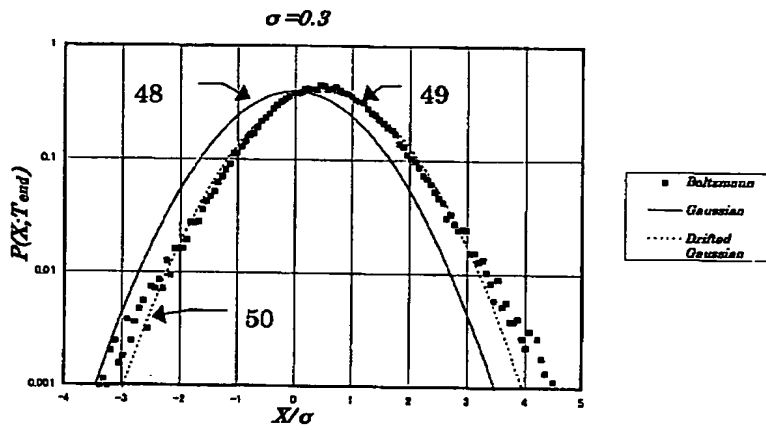
- 40 ボルツマンモデルの結果  
 41 実績データ

【図16】



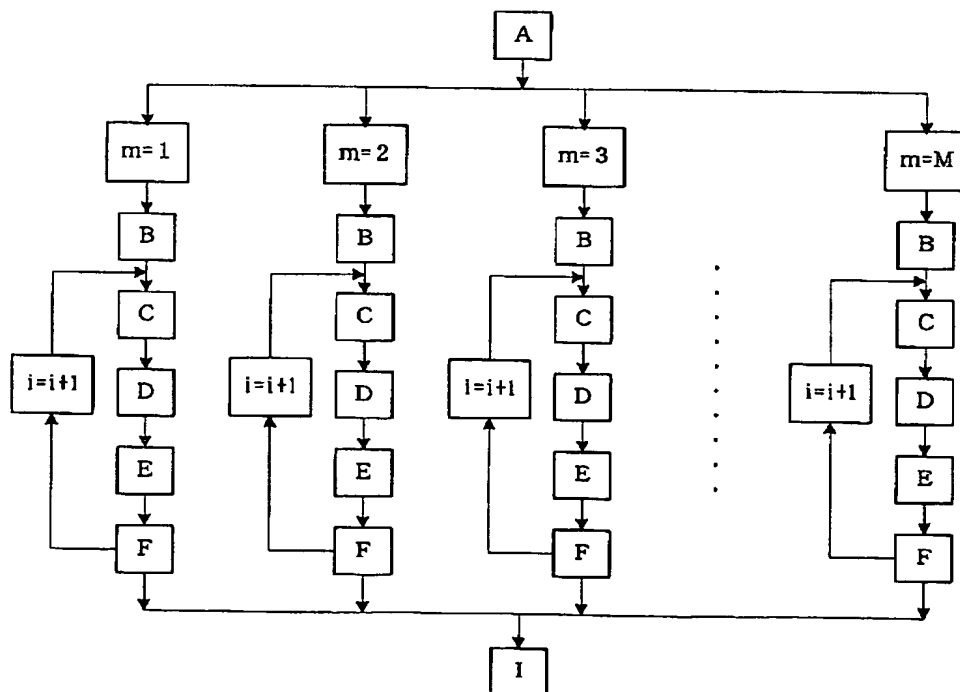
- 42 実績データ
- 43 1日で約10パーセントの価格変化
- 44 ボルツマンモデルによるシミュレーション
- 45 ボルツマンモデルによるシミュレーション
- 46 実績データと類似したジャンプ
- 47 従来の拡散モデル

【図 17】

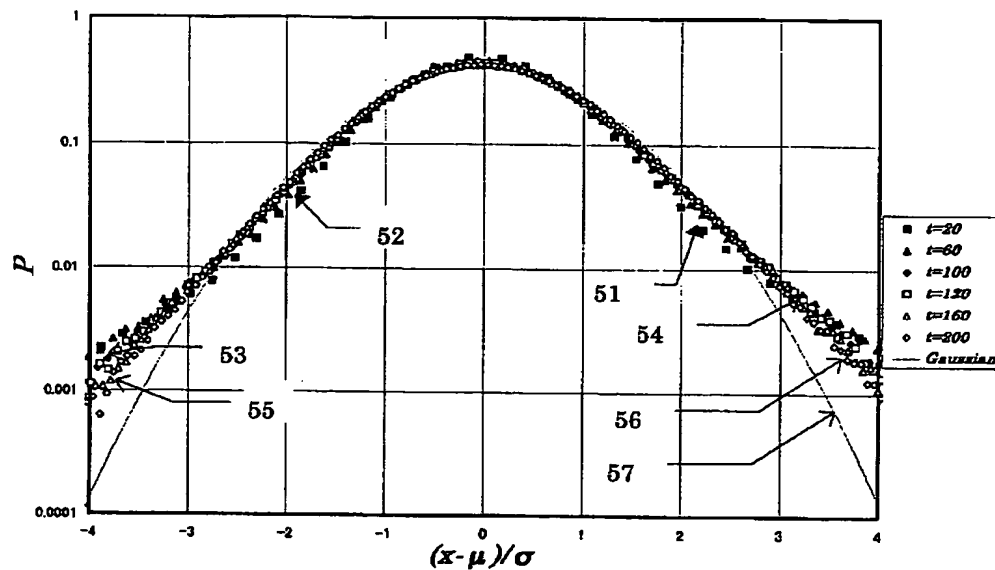


- 34 期待値が0で標準偏差が0.29の正規分布  
 35 ボルツマンモデルの結果  
 36 ドリフトの補正をした正規分布

【図 19】



【図18】



- 51 20 日後の価格分布
- 52 60 日後の価格分布
- 53 100 日後の価格分布
- 54 120 日後の価格分布
- 55 160 日後の価格分布
- 56 200 日後の価格分布
- 57 正規分布

## 【手続補正書】

【提出日】平成12年10月11日（2000. 10. 11）

## 【手続補正1】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0009

【補正方法】変更

## 【補正内容】

【0009】伊藤過程による株価の価格変動の評価式は、式1のようになる。

## 【数2】

$$dS = rSdt + S\sigma\sqrt{dt}W$$

式 1

ここで、Sは株価、rは非危険利子率、σはボラティリティ（予想変動率）、Wは期待値が0で標準偏差が1の正規分布である。

## 【手続補正2】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0010

## 【補正方法】変更

## 【補正内容】

【0010】上記伊藤過程の最も単純な例として、株価の幾何ブラウン運動モデルがある。幾何ブラウン運動モデルでは、式1は、次の式2となる。

## 【数3】



$$dx = (r - \sigma^2/2)dt + \sigma\sqrt{dt}W$$

式 2

ここで、 $x$ は価格 $S$ の自然対数である。

式2に基づく $x$ の確率密度関数 $P(x;t)$ は、次の式3のようになる。

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -(r - \sigma^2/2)\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$$

式 3

式3は *Fokker-Planck* 方程式であり、典型的な拡散問題である。式3の解は次の式4のようになり、 $x$ の確率密度関数 $P(x;t)$ は正規分布となる。

$$P(x;t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp\left[-\frac{(x - (r - \sigma^2/2)t)^2}{2\sigma^2 t}\right]$$

式 4

式4の特長は、簡便さばかりでなく、金融商品から派生した金融派生商品の価格変動も同型となること（伊藤の定理）が知られているため、任意の金融派生商品の価格変動が容易に評価できる点にある。そのために、多くの金融派生商品が出現した。

【手続補正3】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0018

【補正方法】変更

【補正内容】

【0018】すなわち、従来は、金融商品等の価格変動の分布が標準正規分布以外の分布をとる場合、あるいは、価格変動率が変動前の価格変動率によって影響されるような場合、あるいは、価格が増加する確率と価格が減少する確率との間に相関関係が存在する場合、あるいは、価格変動率と価格変動方向との間に相関関係がある場合等については、十分に確率密度関数の変数において記述することができなかった。また、金融商品等の価格変動方向について確率密度関数を記述できないことに関連して、金融商品の価格変動方向の確率分布を評価することができなかった。

【手続補正4】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0034

【補正方法】変更

【補正内容】

【0034】本願請求項12に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品のフラックスを用いて求めた飛跡推定量から任意の時間における確率密度を評価することにより、分散を低減することを特徴とするもので

ある。

【手続補正5】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0035

【補正方法】変更

【補正内容】

【0035】本願請求項13に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、放射線輸送モンテカルロシミュレーションにおける点検出器を適用し、金融商品あるいはその派生商品の価格変動事象の全部あるいは一部を用いて、金融商品あるいはその派生商品の任意の微小な価格帯あるいは時間帯における価格あるいはリスク値の確率を評価することにより、分散を低減することを特徴とするものである。

【手続補正6】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0036

【補正方法】変更

【補正内容】

【0036】本願請求項14に係る金融商品あるいはその派生商品の価格リスク評価システムは、請求項1のシステムにおいて、前記ボルツマンモデル解析手段は、金融商品あるいはその派生商品の価格変動の随伴ボルツマン方程式における随伴確率密度あるいは随伴フラックスを求め、前記随伴確率密度あるいは随伴フラックスに比例したサンプリングの重み付けを行うことにより、分散を低減することを特徴とするものである。

【手続補正7】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0098

【補正方法】変更

## 【補正内容】

【0098】巨視的断面積は、原子数密度(単位は、 $1/\text{cm}^3$ である)と微視的断面積の積である。微視的断面積は、原子炉を構成する核種(例えばウラン、酸素、水素など)によって、決定される。微視的断面積は、原子核の実効断面積(単位は、 $\text{cm}^2$ )である。そして、原子核1個と中性子1個の衝突確率を与える。断面積という呼称は、原子核の面積に由来する。

## 【手続補正8】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0101

【補正方法】変更

【補正内容】

【0101】

【数5】

ここで、問題を解決する手段をわかりやすく説明するために、式5を単純化し、一次元、均質、内部中性子源の無い問題を議論する。中性子輸送理論では、一次元とは $y$ と $z$ 方向では一様分布を仮定するので一次元でも方向 $\Omega$ は、3次元のベクトルである。金融の世界で一次元、均質、内部中性子源の無い問題を論じるために、ここでは、単一銘柄の株価のブラウン運動について述べる。したがって、方向は上昇、下落を示す $\mu$ のみであり他の方向は未定義である。式5は下記の式6のように表される。

$$-\frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{v \partial t} = \mu \frac{\partial \phi(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_s(v) \phi(x, v, \mu; t) - \int dv' d\mu' \Sigma_s(v', \mu' \rightarrow v, \mu) \phi(x, v', \mu'; t).$$

式 6

もし代表的速度 $u$ へ式6の速度 $v$ を統合することができ、そして、角度分布が等方ならば、式6は式7で近似できる。

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{v \partial t} = D \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial x^2}$$

式 7

このとき、拡散係数 $D$ は、式8となる。

$$D = 1 / (\Sigma_s(u)),$$

式 8

ここで、 $f$ は、系の自由度である。この一次元、均質、内部中性子源の無い問題では、 $f$ は理想的には1である。それが、他の方向が未定義であることを意味している。

## 【手続補正9】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0104

【補正方法】変更

【補正内容】

【0104】

【数7】

$$D = u^2 / f\lambda_i$$

式 11

ここで $\lambda_i$ は、中性子と媒質との衝突頻度である。

$$\lambda = u\Sigma_i(u)$$

式 12

もし、拡散係数  $D'$  の概念とボラティリティの概念が同じものであれば、式 11 も成立し、ボラティリティ  $\sigma$  は式13となる。

$$\sigma = \sqrt{2u^2 / \lambda_i}$$

式 13

式12 と 13 は、中性子速度と全断面積がボラティリティと等価であることを示す。典型的なボラティリティ  $\sigma$  は、 $\sqrt{0.1}$  の [1/year] の値を取る。もし価格が1日に一度変更されれば、衝突頻度  $\lambda_i$  は、365の [1/year] になる。 $u$  は、0.0117 [1/day] (これは、1日あたりの株価の変動率の平均にほぼ等しい) と評価される。

全断面積の評価例は、式14で示される。

$$\begin{aligned}\Sigma_i(u) &= 2u/\sigma^2 \\ &= 2 \times 0.0117 [1/day] \times 365 [days/year] / 0.1 [1/year] \\ &= 85.4.\end{aligned}$$

式 14

全断面積 (式. 14) は、ボラティリティの2乗に反比例することがわかる。ここで、金融工学のボラティリティとボルツマンモデルの全断面積との等価性を得ることができるのである。

【手続補正10】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0107

【補正方法】変更

【補正内容】

【0107】断面積は、原子核物理学の実験データ、および、理論的な計算から評価できる。現在、株価の断面積を評価する理論はないので、実験データから二重微分断面積の評価を行う。実験データの例としては新聞紙上やインターネット等で公開される株価である。

【手続補正11】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0108

【補正方法】変更

【補正内容】

【0108】これらの評価法として、単位時間当たりの価格変動率  $v$  の分布は、価格の実績データからシグモイ

ド関数とその近似形を用いて推定する。

【手続補正12】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0109

【補正方法】変更

【補正内容】

【0109】また、ボルツマンモデルにおいてはボルツマン方程式の二重微分断面積の速度分布項を決定しなければならないが、変動前の価格変動率  $v'$  をパラメータとして価格変動後の価格変動率  $v$  のシグモイド関数を決定することで、ボルツマン方程式の二重微分断面積の速度分布項を決定できる。

【手続補正13】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0111

【補正方法】変更

【補正内容】

【0111】また、金融商品等の価格変動方向に価格が増加する確率と減少する確率の間に相関関係がある場合には、ボルツマン方程式の二重微分断面積の方向分布項を決定する際に、価格が増加する確率と減少する確率の

間に相関を考慮することで確率ドリフトを詳細に評価できる。

【手続補正 14】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0123

【補正方法】変更

【補正内容】

【0123】また、ボルツマンモデルは、複数の金融商品、またはその派生商品間の相関を考慮する金融商品に

も適用できる。

【手続補正 15】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0142

【補正方法】変更

【補正内容】

【0142】

【数 11】

図3の処理C'では、価格変動頻度に応じてサンプリングの時間幅を設定している。ボルツマン方程式における巨視的全断面積は、中性子の平均自由行程（衝突するまでに進む平均距離）の逆数を意味する。この全断面積に速さ  $v$  を乗じたものは、衝突頻度（単位時間あたりの衝突確率）となる。これを、株価の変化に適用すると、株価変化の確率過程と全断面積が分かれば、時間グリッドを設けることなく、価格変動シミュレーションを行うことができる。

従来は、一定の時間変化を  $\Delta t$  として  $\Delta t$  先の価格は  $\sigma\sqrt{\Delta t}$  の標準偏差を有する正規乱数で模擬していたため、時間グリッド  $\Delta t$  を設定する必要があった。従来の技術では、適当な時間グリッドの設定は正確なシミュレーションを行うには不可欠であるが、その設定は困難であった。これに対して、処理C'の方法によれば、時間グリッドの設定を省くことができる。

図3の例では、処理C'において、価格変動に指数分布を仮定し、

$$\tau_i = -\ln(1 - \xi_{i,1}) / v_i \Sigma_i(v_i)$$

としている。上式の確率過程および全断面積は全断面積・確率過程入力手段7によって入力される。

【手続補正 16】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0180

【補正方法】変更

【補正内容】

【0180】式6に示すボルツマン方程式の随伴方程式、式27

【数 24】

$$\frac{\partial \phi^{\dagger}(x, v, \mu; t)}{v \partial t} = \mu \frac{\partial \phi^{\dagger}(x, v, \mu; t)}{\partial x} + \Sigma_i(v) \phi^{\dagger}(x, v, \mu; t) - \int dv' d\mu' \Sigma_i(v, \mu \rightarrow v', \mu') \phi^{\dagger}(x, v', \mu'; t) - S^{\dagger}(x, v, \mu; t).$$

式 27

の解である随伴フラックス  $\phi^{\dagger}(x, v, \mu; t)$  は、随伴線源  $S^{\dagger}(x, v, \mu; t)$  の期待値

$$\langle S^{\dagger}(x, v, \mu; t) \phi(x, v, \mu; t) \rangle = \int dv d\mu dx dt S^{\dagger}(x, v, \mu; t) \phi(x, v, \mu; t)$$

式 28

式 28 の感度を表す。

ここで、随伴線源  $S^{\dagger}(x, v, \mu; t)$  は金融商品または金融派生商品の価格評価式に相当する。

したがって、随伴フラックス  $\phi^{\dagger}(x, v, \mu; t)$  に比例した重みを位相空間に与えることで、金融商品または金融派生商品の価格の期待値を評価する際に、モンテカルロ法に伴う分散を低減できる。

【手続補正 17】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0182

【補正方法】変更

【補正内容】

【0182】本発明では、ポートフォリオへの適用に関して、ボルツマンモデルにより、従来技術と同様に複数の商品についてボルツマン方程式を連立させ、

【数 26】

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{\partial \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t)}{v_1 \partial t} = \mu_1 \frac{\partial \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t)}{\partial x_1} + \Sigma_i(v_1) \phi_1(x_1, v_1, \mu_1; t) \\ \quad - \int dv'_1 d\mu'_1 \Sigma_i(v'_1, \mu'_1 \rightarrow v_1, \mu_1) (\phi_1(x_1, v'_1, \mu'_1; t) + \phi_2(x_1, v'_1, \mu'_1; t)) \\ \\ - \frac{\partial \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t)}{v_2 \partial t} = \mu_2 \frac{\partial \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t)}{\partial x_2} + \Sigma_i(v_2) \phi_2(x_2, v_2, \mu_2; t) \\ \quad - \int dv'_2 d\mu'_2 \Sigma_i(v'_2, \mu'_2 \rightarrow v_2, \mu_2) (\phi_1(x_2, v'_2, \mu'_2; t) + \phi_2(x_2, v'_2, \mu'_2; t)) \end{array} \right. \quad \text{式 30}$$

各式の右辺第 3 項の二重微分断面積  $\Sigma_i(v'_1, \mu'_1 \rightarrow v_1, \mu_1)$  と  $\Sigma_i(v'_2, \mu'_2 \rightarrow v_2, \mu_2)$  との間に相関を考慮することにより、従来技術である式 29 と同等以上の効果を実現できる。

【手続補正 18】

【補正対象書類名】図面

【補正対象項目名】図 2

【補正方法】変更

【補正内容】

【図 2】

